

A forgómozgás vizsgálata

Asztalos Bogdán (7. mérőpár)

mérés időpontja: 2017. 05. 02.

jegyzőkönyv leadásának időpontja: 2017. 05. 04.

A mérés célja

A forgó mozgás alapegyenlete szerint $\Theta\beta = M_e$, ahol Θ a forgó rendszer tehetetlenségi nyomatéka, β a szöggyorsulása, M_e pedig a rendszerre ható forgatónyomatékok eredője. A mérés során ezt az összefüggést vizsgáljuk egy egyszerű rendszeren, ahol adott nyomatékok hatása alatt mérjük testek szöggyorsulását, és kiszámoljuk a testek tehetetlenségi nyomatékát is.

A mérés eszközei

- Rögzített tengely
- Vizsgált testek: egy korong és egy rúd, amelyek a tengely körül foroghatnak
- Fonál egy állócsigán átvetve
- 50 g -os súlyok, amik a lógó fonál végére akaszthatók
- SienceWorkshop interface, ami a csigán lévő fonál sebességét tudja mérni, és a számítógépre továbbítja
- Data Stúdió nevű szoftver, ami az adatokat feldolgozza
- Tolómérő és vonalzó
- Táramérleg, súlyokkal

A mérés menete

Az egyik testet behelyeztük a tengelyre, úgy, hogy a közepe körül szabadon foroghasson. Ezután, a testre szerelt fonáltárcsára feltekertük egy rétegben a fonalat, amit átvettünk a csigán, a lelógó végére pedig adott tömegű súlyt akasztottunk (150 g és 350 g között 50 g -onként). Ezután elengedtük a rendszert és a súlyra ható nehézségi erő okozta nyomaték forgásba hozta a testet. A DataStúdió nevű szoftver ábrázolta a fonál sebességét az idő függvényében, amire egyenest illesztve, meghatározhattuk a gyorsulást.

Miután mind a két testnél elvégeztük a fenti mérést, megmértük a tömegüket, a méreteiket és a rájuk szerelt fonáltárcsa átmérőjét. Ezekből az értékekből kiszámolhattuk elméleti tehetetlenségi nyomatékukat, valamint a mért értékekből a szöggyorsulásukat.

Hibák

- Mérőeszközök hibája
- Leolvasás hibája
- A húzószúly kilengése
- Súrlódás

Kiértékelés

A mért gyorsulásokat az 1. táblázat tartalmazza. Ezekből, és a fonáltárcsák r sugarából kiszámítottuk a testek β szöggyorsulását.

Korong							
m_i [g]	a_i [m/s ²]				r [m]	β [1/s ²]	$m_i \cdot r \cdot (g - a_i)$ [m Nm]
	1.	2.	3.	átl.			
150	0,0008	0,0008	0,0007	0,00077	0,002525	0,3036	3,7152
200	0,0010	0,0010	0,0009	0,00097		0,3828	4,9536
250	0,0012	0,0011	0,0010	0,00110		0,4356	6,1919
300	0,0013	0,0013	0,0012	0,00127		0,5017	7,4301
350	0,0012	0,0013	0,0014	0,00130		0,5149	8,6684

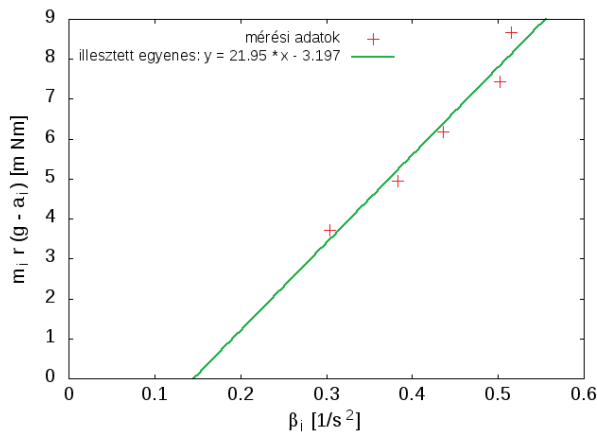
Rúd							
m_i [g]	a_i [m/s ²]				r [m]	β [1/s ²]	$m_i \cdot r \cdot (g - a_i)$ [m Nm]
	1.	2.	3.	átl.			
150	0,0015	0,0015	0,0016	0,00153	0,002450	0,6259	3,6046
200	0,0023	0,0022	0,0021	0,00220		0,8980	4,8058
250	0,0028	0,0028	0,0027	0,00277		1,1293	6,0069
300	0,0034	0,0034	0,0035	0,00343		1,4014	7,2078
350	0,0042	0,0041	0,0042	0,00417		1,7007	8,4085

1. táblázat. A mért gyorsulásértékeket, és az ezekből származtatott értékek

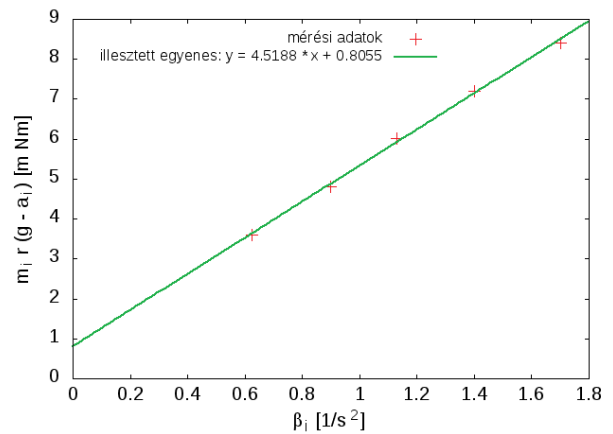
Ha a fonalra m_i tömeg van akasztva, akkor a nehézségi erő által okozott forgatónyomaték $m_i r (g - a)$, ahol a a fonál végén lévő test gyorsulása, és a fonál nyújthatatlansága miatt $a = r\beta$. Ezeket az értékeket minden m_i esetén szintén tartalmazza az 1. táblázat. A dinamika alapegyenlete alapján, a testek forgására az alábbi egyenletnek kell teljesülnie:

$$\Theta\beta = m_i r (g - a) - M_s$$

ahol Θ a test tehetetlenségi nyomatéka, M_s pedig a súrlódás és más veszteségek által okozott forgatónyomaték. Ezek alapján, a nehézségi erő nyomatékát ábrázolva a szöggyorsulás függvényében, az adatpontoknak egy egyenesre kell esniük, aminek meredeksége a test tehetetlenségi nyomatéka. Az adatokat ábrázolva az 1. ábra ábrázolja.



(a)



(b)

1. ábra. A nehézségi erő által okozott forgatónyomaték a szöggyorsulás függvényében (a) a korong esetében (b) a rúd esetében

Az egyenesillesztés alapján a korong és a rúd tehetetlenségi nyomatéka $22,0 \text{ g} \cdot \text{m}^2$

és $4,52 \text{ g} \cdot \text{m}^2$. A grafikonon ábrázolt $x = \beta$ és $y = m_i r (g - a)$ adatokat, valamint az egyenes alapján illesztett y_{ill} értékeket, és ezeknek az y -től vett Δy eltérését a 2. táblázat tartalmazza. A szimmetrikus téglalapok módszere szerint a mért tehetetlenségi nyomatékok hibája $\Delta\Theta = \frac{2|\Delta y_{max}|}{x_{max} - x_{min}}$.

Korong				Rúd			
x [1/s ²]	y _{mért} [m Nm]	y _{ill.} [m Nm]	Δy [m Nm]	x [1/s ²]	y _{mért} [m Nm]	y _{ill.} [m Nm]	Δy [m Nm]
0,3036	3,7152	3,4677	0,2476	0,6259	3,6046	3,6336	-0,0290
0,3828	4,9536	5,2063	-0,2527	0,8980	4,8058	4,8632	-0,0574
0,4356	6,1919	6,3654	-0,1735	1,1293	6,0069	5,9084	0,0986
0,5017	7,4301	7,8142	-0,3841	1,4014	7,2078	7,1380	0,0699
0,5149	8,6684	8,1040	0,5644	1,7007	8,4085	8,4905	-0,0820

2. táblázat. Az illesztett egyenesből számított adatok eltérése a mért értékektől

Mindezek fényében a mérés eredményei: $\Theta_{korong}^{mert} = 22,0 \text{ g} \cdot \text{m}^2 \pm 5,3 \text{ g} \cdot \text{m}^2$ és $\Theta_{rud}^{mert} = 4,52 \text{ g} \cdot \text{m}^2 \pm 0,18 \text{ g} \cdot \text{m}^2$.

Elméleti megfontolások alapján egy korong (henger) tehetetlenségi nyomatéka $\Theta_k = \frac{1}{2}mr^2$, ahol m a tömege, r pedig a sugara, egy vékony rúd tehetetlenségi nyomatéka pedig $\Theta_r = \frac{1}{4}m\varrho^2 + \frac{1}{12}ml^2$, ahol m szintén a tömeg, ϱ a rúd keresztmetszetének sugara, l pedig a rúd hossza. A mérésben használt testek használt adatait szintén lemértük, ezeket a 3. táblázat tartalmazza, ezekből kiszámolható a vált tehetetlenségi nyomaték. Mivel a tömegmérés során a testeket a fonaltárcsával együtt mértük meg, a számolt tehetetlenségi nyomatékoknak lesz hibája. Ehhez külön is lemértünk egy fonaltárcsát, referenciatömegnek, a hibát pedig úgy vettük, hogy $\frac{\Delta\Theta}{\Theta} = \frac{m_{ref}}{m}$.

Korong		Fonaltárcsa	
M [g]	1508,5	d [mm]	5,05
D [cm]	21,80		

Rúd		Fonaltárcsa	
M [g]	845,2	d [mm]	4,90
L [cm]	25,00		
D [mm]	22,10		

Referencia fonaltárcsa		g [m/s ²]	
m [g]	8,5		9,81

3. táblázat. A vizsgált testek mért adatai

Így, a kiszámolt tehetetlenségi nyomatékok: $\Theta_{korong}^{elm.} = 8,96 \text{ g} \cdot \text{m}^2 \pm 0,05 \text{ g} \cdot \text{m}^2$ és $\Theta_{rud}^{elm.} = 6,98 \text{ g} \cdot \text{m}^2 \pm 0,07 \text{ g} \cdot \text{m}^2$

Diszkusszió

A lineáris összefüggés mindkét test esetén jól illeszkedett a mért adatokra, ami alátámasztja a dinamika alaptörvényét, de a mért értékek jelentősen eltérnek az elméleti számítottaktól. Ennek oka valami, a számítások során figyelembe nem vett, vagy nem eléggé vett hatás lehet. A legvalószínűbb, hogy a mérési berendezésben beállításaiban történt valami nem megfelelően, ezzel befolyásolva a mért tehetetlenségi nyomatékot.