MAGFIZIKA

1. előadás (09.09.) (45 A)

nukleon – nukleon kH:

rövid hatótávolságú

A tulajdonságokat a nukleon-rendszerek vizsgálatával tudjuk meg.

A legegyszerűbb nukleon rendszer:

<u>deuteron</u>

$d = n + p$

$E_0 = 2{,}22\ \mathrm{MeV}$

$\sqrt{\langle r^2 \rangle} \approx 2{,}1\ \mathrm{fm}$

$S = 1^*$

$*$: $\vec{S} = \vec{\tfrac{1}{2}} + \vec{\tfrac{1}{2}}$

az alapján lehetne $\vec{S} = 0, 1$

de a 0 nem lehet, majd látjuk.

$\mu = 0{,}86\,\mu_N$ ahol $\mu_N = \dfrac{e\hbar}{2m_N}$ (nukleon magnetic moment)

ennek a definíciója: $\vec{\mu} = \mu_N \sum_{i=1}^{A} \left(g_i^{\ell}\, \vec{\ell}_i + g_i^{s}\, 2 \cdot \vec{s}_i \right)$

$g_p^{\ell} = 1 \qquad g_p^{s} = 2{,}79$

$g_n^{\ell} = 0 \qquad g_n^{s} = -1{,}91$

Összegezzük az elemi részeket:

$\mu_N + \mu_P = 0{,}88\,\mu_N$ (az egy jó közelítés)

A nagyrész nem az angular momentumból jön

$\Rightarrow L = 0$

$Q = 3\ \mathrm{mb} \qquad 1\ \mathrm{barn} = 100\ \mathrm{fm}^2$

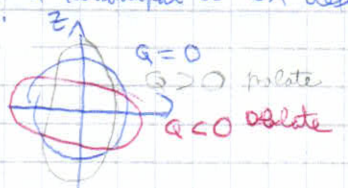
ennek a definíciója: $Q = \int \rho(\underline{r}) \left(3z^2 - r^2\right) d^3 r$

$Q = ?$ ha $\rho = \text{konst.}$

$$Q_{\text{konst}} = \rho \left[\int_0^R \int_0^\pi 3r^2 \cos^2\vartheta\, 2\pi r \sin\vartheta \, d\vartheta\, dr - \int_0^R r^2 4\pi r^2 dr \right] =$$

$$= \rho \left[4\pi r^4 dr - 4\pi r^4 dr \right] = 0$$

A kvadrupól a test deformációja



(olyan mint beach ball shape)

$\Rightarrow$ deuteron z irányban megnyúlt.

Hogy lehet, hogy $L=0$ de kicsit nem szimmetrikus?

A szuperpozíció miatt:

$$\psi_d = c_0\,\phi_{L=0} + c_1\,\phi_{L=1} + c_2\,\phi_{L=2} + c_3\,\phi_{L=3} + \dots$$

A paritás $(-1)^L$, tehát az összes tag u.a. paritású

mivel az $L=0$ domináns, ezért csak páros L-ek lehetnek.

Tudjuk, hogy $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. Ennek a jelentése: $|L-S| \leq J \leq |L+S|$

L az ismeretlen, ezért alakítsuk át:

$$\vec{L} = \vec{J} + \vec{S} \Rightarrow |J-S| \leq L \leq J+S$$

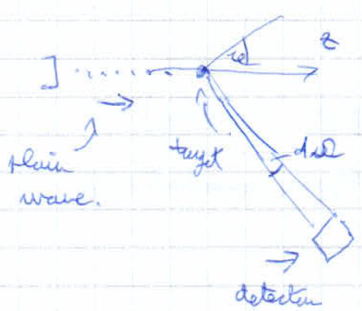
mivel $J=1$ és $S=1$

ezért $0 \leq L \leq 2 \Rightarrow L \in 0, \cancel{1}, 2$

Tehát a hullámfv.: $\psi_d = c_0\,\phi_{L=0} + c_2\,\phi_{L=2}$

További nukleonrendszerek vizsgálata túl bonyi, ezért a nukleon-nukleon szórást kell nézni.

<u>nukleon-nukleon szórás</u>



Két dolog történik: - a hullám továbbmegy
- a targetből gömbhullám jön ki

Tehát $\psi_{in} \xrightarrow[r\to\infty]{} e^{ikz}$

$\psi_{out} \xrightarrow[r\to\infty]{} e^{ikz} + f\,\frac{e^{ikr}}{r}$

ebben van benne az információ

Mitől f változói: - függ az iránytól, tehát θ, φ

- amit beállítunk a gyorsítón: E, j_{in}

A detektor a kis $d\Omega$ területen részecskeáramot méri (dN)

(1) $dN(\theta,\varphi) = j_{in}\, d\Omega(\theta,\varphi) \cdot \underline{\sigma(\theta,\varphi)}$

ide kell egy együttható, ami a HKM

$\parallel$

$j_{scatter} \cdot r^2\, d\Omega$

Tudjuk, hogy az áramsűrűség: $\vec{j} = \frac{i\hbar}{2m}\left((\nabla\psi^*)\psi - \psi^*(\nabla\psi)\right)$

itt most konkrétan: $j_{in,z} = \frac{i\hbar}{2m}\left(-ik e^{-ikz} e^{ikz} - e^{-ikz} ikz e^{ikz}\right) = \frac{k\hbar}{m}$

$$j_{szort,r} = \frac{i\hbar}{2m}\left(f^* \frac{-ik e^{-ikr} \cdot r - e^{-ikr} \cdot 1}{r^2} f \frac{e^{ikr}}{r} - f^* \frac{e^{-ikr}}{r} \cdot f \frac{ik e^{ikr} r - e^{ikr}}{r^2} \right) =$$

$$= \frac{i\hbar}{2m} |f|^2 \left(-\frac{2ik}{r^2}\right) = \frac{k\hbar}{mr^2} |f|^2$$

Tehát (1)-ből:

$$\frac{k\hbar}{mr^2} |f|^2 r^2 d\Omega = \frac{k\hbar}{m} d\Omega\, \sigma(\vartheta, \varphi) \Rightarrow \underline{\sigma(\vartheta,\varphi) = |f(\vartheta,\varphi)|^2}$$

σ-t mérjük, f-t számoljuk. Akkor jó az elmélet, ha a kettő egyezik.

Hogy számoljuk f-t?

Nézzük a 2-test Schrödingert:

$$H\psi = E\psi$$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_1}\Delta_{\underline{r_1}} - \frac{\hbar^2}{2m_2}\Delta_{\underline{r_2}} + V(\underline{r_1}, \underline{r_2})\right)\psi(\underline{r_1}, \underline{r_2}) = E\,\psi(\underline{r_1}, \underline{r_2})$$

Mit tudunk:
- transzlációs invariancia $\Rightarrow r_1, r_2 \to \underline{r_1} - \underline{r_2} = \underline{r}$
- időeltolási invariancia $\Rightarrow$ nincs t függés
- rotációs inv $\Rightarrow$ minden skalár
- spatial reflection ($r \to -r$) $\Rightarrow$ paritás konzerv.
- csere invariancia $\Rightarrow$ $1 \leftrightarrow 2$

$$\underline{r} := \underline{r_2} - \underline{r_1} \qquad M := m_1 + m_2$$

$$\underline{R} := \frac{m_1 \underline{r_1} + m_2 \underline{r_2}}{m_1 + m_2} \qquad \frac{1}{\mu} := \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$$

$$\nabla_{\underline{r_1}} = \frac{\partial}{\partial \underline{r_1}} = \frac{\partial}{\partial \underline{r}}\frac{\partial \underline{r}}{\partial \underline{r_1}} + \frac{\partial}{\partial \underline{R}}\frac{\partial \underline{R}}{\partial \underline{r_1}} = -\frac{\partial}{\partial \underline{r}} + \frac{m_1}{M}\frac{\partial}{\partial \underline{R}}$$

$$\nabla_{\underline{r_2}} = \ldots = \frac{\partial}{\partial \underline{r}} + \frac{m_2}{M}\frac{\partial}{\partial \underline{R}}$$

$$\Delta_{\underline{r_1}} = \frac{\partial^2}{\partial \underline{r_1}^2} = \frac{\partial^2}{\partial \underline{r}^2} + \frac{m_1^2}{M^2}\frac{\partial^2}{\partial \underline{R}^2} - 2\frac{m_1}{M}\frac{\partial^2}{\partial \underline{r}\,\partial \underline{R}}$$

$$\Delta_{\underline{r_2}} = \Delta_{\underline{r}} + \frac{m_2^2}{M^2}\Delta_{\underline{R}} + 2\frac{m_2}{M}\frac{\partial^2}{\partial \underline{r}\,\partial \underline{R}}$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2}\left[\frac{1}{m_1}\left(\Delta_{\underline{r}} + \frac{m_1^2}{M^2}\Delta_{\underline{R}} - 2\frac{m_1}{M}\frac{\partial}{\partial r\,\partial \underline{R}}\right) + \frac{1}{m_2}\left(\Delta_{\underline{r}} + \frac{m_2^2}{M^2}\Delta_{\underline{R}} + 2\frac{m_2}{M}\frac{\partial}{\partial r\,\partial \underline{R}}\right)\right] + V =$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta_{\underline{R}} - \frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_{\underline{r}} + V$$

Ha a TKP-ből nézzük a dolgokat, akkor $R = 0$

Tehát a Schr.:
$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_{\underline{r}}\psi(\underline{r}) + V(\underline{r})\psi(\underline{r}) = E_{rel}\,\psi(\underline{r}) \qquad \text{ahol } E_{rel} = \frac{p^2}{2\mu}$$

A potenciált szférikusan approx-szal számoljuk:

$V_{NN} = V_C\,(r = |\underline{r}|)$ ekkor a vizsgált tag szögfüggetlen

$$\Rightarrow \psi(\underline{r}) = R(r)\,Y(\vartheta,\varphi) \quad , \Delta_{\underline{r}} = \Delta_r + \Delta_{\vartheta,\varphi}$$

beírva:
$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Big[(\Delta_r R(r))Y(\vartheta,\varphi) + (\Delta_{\vartheta,\varphi}Y(\vartheta,\varphi))R(r)\Big] + V(r)R(r)Y(r) = E R(r)\,Y(\vartheta,\varphi)$$

Let's choose Y: $\Delta_{\vartheta,\varphi}Y_{lm}(\vartheta,\varphi) = l(l+1)\,Y(\vartheta,\varphi)$

ahol $l = 0, 1, \ldots$

$m = -l \ldots l$

(emlékeztető: $L^2 = -\hbar^2 r^2 \Delta_{\vartheta,\varphi}$)

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_r R(r) + \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{l(l+1)}{r^2}R(r) + V(r)R(r) = E R(r) \qquad u(r) := R(r)\cdot r$$

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2\mu}u'' + \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{l(l+1)}{r^2}u(r) + V(r)u(r) = E\,u(r)}$$ radiális Schr.-egyenlet

alternatív forma: $\boxed{u'' + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2}\right)u(r) - \frac{2\mu}{\hbar^2}V(r)\,u(r) = 0}$

megoldási menet:

1. $V = 0$, $l = 0$:

$u'' = -k^2 u \Rightarrow$ megoldás $\sin(r)$, $\cos(r)$

DE $R = \frac{u}{r}$, ekkor $\frac{\cos r}{r} \to \infty$ ez nem lehet.

$\Rightarrow u = \sin(kr)$

2. $V = 0$, $l \neq 0$

$u \xrightarrow[r\to\infty]{} \sin(kr + \sqcup)$

(egyébként Bessel-fv, de ez most mindegy)

$$j_l \xrightarrow[z\to\infty]{} \frac{\sin\left(z - l\frac{\pi}{2}\right)}{z}$$

Tehát aszimptotikusan: $u_l \xrightarrow[r\to\infty]{} \sin\left(kr - l\frac{\pi}{2}\right)$

3. $\ell \neq 0$, $V \neq 0$ és $V \xrightarrow[r\to\infty]{} 0$

Ekkor $\sin\left(kr - \ell\frac{\pi}{2} + \delta_\ell\right)$

fázis tolás

Most $u(E,r)$, mert δ is E-függő.

DE hogy illesztjük bele a

$$\psi_{out} \to e^{ikz} + f(\vartheta)\frac{e^{ikr}}{r}$$ képletbe?

Most ℓ, m-re megoldjuk:

$$\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell} A_{\ell m}\frac{1}{r}\sin\left(kr-\ell\frac{\pi}{2}+\delta_\ell\right)Y_{\ell m}(\vartheta,\varphi) = e^{ikz} + f(\vartheta)\frac{e^{ikz}}{r}$$

A jobboldal φ-független, tehát baloldalon csak $m=0$ kell.

$$Y_{\ell 0}(\vartheta,\varphi) = \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}}\,P_\ell(\cos\vartheta)$$

$$\sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell \frac{1}{r}\sin\left(kr-\ell\frac{\pi}{2}+\delta_\ell\right)P_\ell(\cos\vartheta) = e^{ikz} + f(\vartheta)\frac{e^{ikz}}{r}$$

beleolvasztottuk a $\sqrt{\ }$-os konstanst.

$$\frac{1}{2ir}\sum_{\ell=0}^{\infty}A_\ell\left(e^{i\left(kr-\ell\frac{\pi}{2}+\delta_\ell\right)} - e^{-i\left(kr-\ell\frac{\pi}{2}+\delta_\ell\right)}\right)P_\ell(\cos\vartheta) = f(\vartheta)\frac{e^{ikr}}{r} + e^{ikr}$$

A síkhullámot is bontsuk fel gömbfv-ekkel:

$$e^{ikz} = e^{ikr\cos\vartheta} = \sum_{\ell=0}^{\infty} c_\ell Y_{\ell 0}(\vartheta) \quad \text{ahol} \quad c_\ell = \int e^{ikr\cos\vartheta}\, Y_{\ell 0}^{*}\, d\Omega$$

Tehát $$c_\ell = \int_0^\pi e^{ikr\cos\vartheta}\sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}}\,P_\ell(\cos\vartheta)\,2\pi\sin\vartheta\, d\vartheta =$$

$$= \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}}\,2\pi\,\frac{2}{(-i)^\ell}\,j_\ell(kr)$$

Tehát: $$e^{ikz} = \sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)\,i^\ell\, j_\ell(kr)\,P_\ell(\cos\vartheta)$$ síkhullám kifejtés

$r \to \infty$ esetén: $$\approx \frac{1}{2ikr}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)P_\ell(\cos\vartheta)\left((-1)^{\ell+1}e^{-ikr} + e^{ikr}\right)$$

MAG FIZ

2. előadás (09.16.) (CSA)

A radiális Schr.-el adódó feltételt, hogy $r\to\infty$ esetén:

$$\frac{1}{2ir}\sum_{l=0}^{\infty}\left(e^{i(kr-l\frac{\pi}{2}+\delta_l)}-e^{-i(kr-l\frac{\pi}{2}+\delta_l)}\right)P_l(\cos\vartheta)=$$
$$=f(\vartheta)\frac{e^{ikr}}{r}+\underbrace{\frac{1}{2ikr}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\left((-1)^{l+1}e^{-ikr}+e^{ikr}\right)P_l(\cos\vartheta)}_{e^{ikz}}$$

A e^{-ikr}-es tagok:

$$-\frac{1}{2ikr}A_l e^{-i(-l\frac{\pi}{2}+\delta_l)}P_l(\cos\vartheta)=\frac{1}{2ikr}(2l+1)(-1)^{l+1}P_l(\cos\vartheta)$$
$$\Rightarrow A_l=-\frac{1}{k}(2l+1)\underbrace{e^{i(-l\frac{\pi}{2}+\delta_l)}}_{(-1)^l i^l}(-1)^{l+1}$$
$$=\frac{1}{k}(2l+1)i^l e^{i\delta_l}$$

A e^{ikr}-es tagok:

$$\frac{1}{r}f(\vartheta)=\frac{1}{2ikr}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)P_l(\cos\vartheta)\left(\underbrace{i^l e^{i\delta_l}e^{+i(-l\frac{\pi}{2}+\delta_l)}-1}_{e^{2i\delta_l}-1=e^{i\delta_l}2i\sin(\delta_l)}\right)$$

$$\Rightarrow f(\vartheta)=\frac{1}{k}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)e^{i\delta_l}\sin(\delta_l)P_l(\cos\vartheta)$$

Mit csinálunk? ismerünk egy potenciált, megoldjuk a Schr.-t, ebből a megoldás $\sin(kr-l\frac{\pi}{2}+\delta_l)\to\delta_l$-t beírjuk a fenti képletbe, ebből a HKM, és összehasonlítjuk a méréssel.

$$\sigma_{tot}=\int\sigma(\vartheta)\,d\Omega=\int|f|^2d\Omega=\frac{1}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{l'=0}^{\infty}(2l+1)(2l'+1)e^{i(\delta_l-\delta_{l'})}\sin\delta_l\sin\delta_{l'}\int \underbrace{P_l(\cos\vartheta)}_{\sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}}Y_{l0}}\underbrace{P_{l'}^*(\cos\vartheta)}_{\sqrt{\frac{4\pi}{2l'+1}}Y_{l'0}^*}d\Omega$$

$$=\frac{4\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\sin^2\delta_l(E)$$

Elvben minden l-re meg kéne oldani a Schr.-t, de valójában elég néhány tagot a centrifugális korlát miatt.

A korrespondencia miatt a QM nagyságrendje $\le$ mint a klasszikusan

$\vec{p}$ b

$$L^2=p^2b^2\ge\hbar^2L(L+1)\Rightarrow L(L+1)\le\frac{2\mu c^2b^2}{\hbar^2c^2}E$$

$E=\frac{p^2}{2\mu}$

$$L(L+1)\lesssim\frac{10^3\,\text{MeV}\;10\,\text{fm}^2}{4\cdot10^4\,\text{MeV}^2\text{fm}^2}E=0{,}25\,E\,[\text{MeV}]$$

[$\hbar c=197$ MeV
$V_C=k\frac{q_1q_2}{r}=e^2\frac{Z_1Z_2}{r}$
$e^2=1{,}44$ MeV
$\frac{e^2}{\hbar c}=\alpha\approx\frac{1}{137}$]

Tehát
$E=1$ MeV $\Rightarrow L(L+1)\le 0{,}25 \Rightarrow L=0$
10 MeV $\Rightarrow L(L+1)\le 2{,}5 \Rightarrow L=0,1$
100 MeV $\Rightarrow L(L+1)\le 25 \Rightarrow L=0,1,2,3,4$

elég kevés L-re megoldani a Schr.-t.

Mi van a spinnel?

A teljes hullámfv. a két térbeli és spinbeli részétől függ:

$$\Psi(1,2) = \varphi_L(\underline{r} = \underline{r}_2 - \underline{r}_1)\,\chi_S(1,2)\cdots$$

Az egyrészecske spinje: $\chi_{s_1\nu_1}(1)$ $\quad s_1 = \frac{1}{2} \quad \nu_1 = \pm\frac{1}{2}$

$$\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(1) = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}_1 = |\uparrow\rangle_1 \qquad \chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(2) = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}_2 = |\downarrow\rangle_2$$

$$\underline{S} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2 \Rightarrow |s_1 - s_2| \le S \le s_1 + s_2 \Rightarrow S = \underset{\text{szinglett}}{0},\ \underset{\text{triplett}}{1}$$

$$\chi_{S\nu}(1,2) = \sum_{\nu_1\nu_2} \langle s_1\nu_1 s_2\nu_2 | S\nu\rangle\, \chi_{s_1\nu_1}(1)\,\chi_{s_2\nu_2}(2)$$

ahol $\nu = \nu_1 + \nu_2$, $|s_1 - s_2| \le S \le s_1 + s_2$

megyünk végig kiszámolva:

$$\left.\begin{aligned}\chi_{S=0\,\nu=0}(1,2) &= \langle \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}|00\rangle\,\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(1)\,\chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(2) + \\ &+ \langle \tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}|00\rangle\,\chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(1)\,\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(2) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2 - |\downarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2\right)\end{aligned}\right\}\ \text{szinglett}$$

$$\left.\begin{aligned}\chi_{S=1\,\nu=1}(1,2) &= \langle \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}|11\rangle\,\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(1)\,\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(2) = |\uparrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2 \\ \chi_{S=1\,\nu=0}(1,2) &= \langle \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}|10\rangle\,\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(1)\,\chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(2) + \langle \tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}|10\rangle\,\chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(1)\,\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(2) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2 + |\downarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2\right) \\ \chi_{S=1\,\nu=-1}(1,2) &= \langle \tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}|1-1\rangle\,\chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(1)\,\chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(2) = |\downarrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2\end{aligned}\right\}\ \text{triplett}$$

Mi van, ha kicseréljük a részecskéket?

$$\chi_{S=0\,\nu}(2,1) = \chi_{S=0,\nu}(1,2)\cdot(-1)$$

$$\chi_{S=1\,\nu}(2,1) = \chi_{S=1,\nu}(1,2)$$

Általánosan: $\underline{\chi_{S\nu}(2,1) = (-1)^{S+1}\chi_{S\nu}(1,2)}$

A spin egy szabadsági fokot jelent a nukleonra. Létezik egy ugyanilyen másik fok, amit izospinnek hívunk, és teljesen u.a. a matekja a nukleonnak:

$\tau_{T_1,t_1}(1)$ $\quad T_1 = \frac{1}{2},\ t_1 = \pm\frac{1}{2}$

$$\tau_{T_1=\frac{1}{2}\,t_1=\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}_1 = |n\rangle$$

$$\tau_{T_1=\frac{1}{2},t_1=-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}_1 = |p\rangle$$

$$\tau_{T,t} = \sum_{t_1t_2} \langle T_1t_1T_2t_2|Tt\rangle\,\tau_{T_1t_1}(1)\,\tau_{T_2t_2}(2)$$

ahol $t_1 + t_2 = t$, $|T_1 - T_2| \le T \le T_1 + T_2$

a matek u.a.

$$\tau_{T,t}(2,1) = (-1)^{T+1}\tau_{T,t}(1,2)$$

nézzük az eseteket

n+n $t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow T = 1$ (ez nem lehet szinglett)

p+p $t = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow T = 1$ (ez nem lehet szinglet)

p+n $t = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow T = 0, 1$ ez lehet szinglett és triplett is.

A teljes hullámfv. tehát:

$$\Psi(1,2) = \psi_L(r = r_1 - r_2)\, \chi_S(1,2)\, \tau_T(1,2)$$

csere esetén a helyfüggés: $\psi_L(r_1 - r_2) = \psi_L(-r) = R_L(r)\, Y_{LM}(\pi-\vartheta, \varphi+\pi) =$
$= (-1)^L R_L(r)\, Y(\vartheta, \varphi) = (-1)^L \psi(r)$

Tehát a teljes csere: $\Psi(2,1) = (-1)^{L+S+1+T+1}\, \Psi(1,2) = (-1)^{L+S+T}\, \Psi(1,2)$

mivel fermionokról beszélünk, ezért $L+S+T \to$ páratlan

Melyek a lehetséges 2 nukleon állapotok?

$J = L + S$ az érdekel minket, nem az L, de az előző feltételben L van.
$\Rightarrow L = J + S$
$\Rightarrow |J-S| \leq L \leq J+S$

további feltétel, hogy S és T 0 vagy 1

A jelölés: $^{2S+1}L_J$

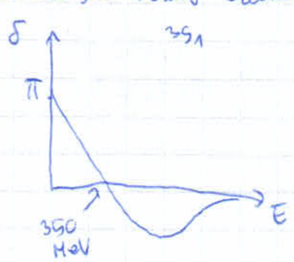
	S	L	T	
$J=0$	0	0	1	$^1S_0$
	1	1	1	$^3P_0$
$J=1$	0	1	0	$^1P_1$
	1	0	0	$^3S_1$
	1	1	1	$^3P_1$
	1	2	0	$^3D_1$
$J=2,3$	⋮	HF		

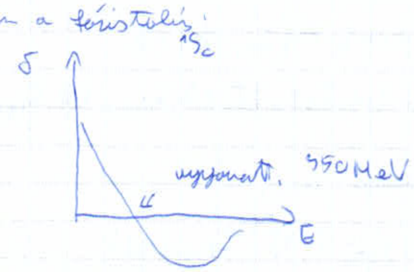
Melyik a deuteron hullámfv.: $\psi_{1+} = (c_0 \phi_{L=0} + c_2 \phi_{L=2}) = |^3S_1\rangle - |^3D_1\rangle$

mert a kh+ ott a legerősebb csak triplett-páros állapot van (boundary system)

Mivel mindkét helyen $T=0$, ezért nincs stabil p+p és n+n rendszer.

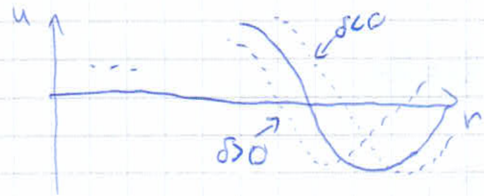
A mérések szerint ezekben az állapotokban a fázistolás:





Mi δ_ℓ fizikai jelentése?

$$u_\ell \xrightarrow[r\to\infty]{} \sin\left(kr - \ell\frac{\pi}{2} + \delta_\ell\right)$$



A távolsági potenciálos játék alapján

$\delta < 0$: taszítás

$\delta > 0$: vonzás

Tehát a megmért δ_ℓ értékek alapján

350 MeV-ig vonzás van, aztán taszítás

Milyen nagy energián, ennek távolságon értékkel, hogy váltjuk át?

$$\Delta E \underbrace{\Delta t}_{\frac{\Delta s}{c}} \approx \hbar \quad \Rightarrow \quad \Delta s \approx \frac{\hbar c}{\underset{\uparrow\, 350\,\mathrm{MeV}}{\Delta E}} \approx 0{,}55 \text{ fm}$$

Milyen a távoli része a potenciálnak?

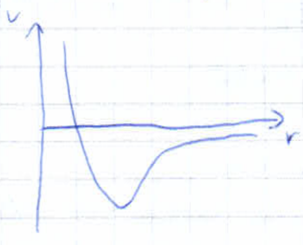
$$V_{Yukawa}(r) = V_0 \frac{1}{r} e^{-\mu r} = V_0 \frac{1}{r} e^{-\frac{r}{r_0}}$$

r_0 a tipikus távolság. Heisenberg miatt

$$r \approx \frac{\hbar c}{\Delta E} \approx 1{,}4 \text{ fm}$$

kicserélt részecske E-je, azaz 140 MeV

A kettő együtt:

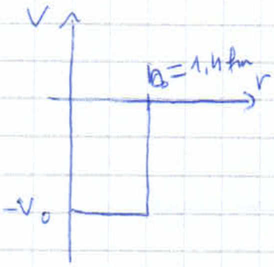


nukleonokra is általában használt alakú a potenciál, és az alak is lényeges: ki kell vennünk az átfedést Pauli miatt

fizweb.elte.hu

MAGFIZ

3. előadás (09.23.) (Cs.A)



$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}u'' + \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{l(l+1)}{r^2}u + Vu = Eu$$

$l=0$ -ra

$r<b$:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}u_<'' - V_0 u_< = E u_<$$

$$u_<'' = \underbrace{-\frac{2\mu}{\hbar^2}(V_0+E)}_{-K^2} u_<$$

$$u_< = A\sin(Kr) + B\cos(Kr)$$

ez nem 0 a 0-ban

$r>b$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}u_>'' = E u_>$$

$$u_>'' = \underbrace{-\frac{2\mu}{\hbar^2}E}_{k^2} u_>$$

$$u_> = Ce^{-kr} + De^{kr}$$

ez elszáll, nem jó

A folytonosság miatt: $u_<(b) = u_>(b)$ és $u_<'(b) = u_>'(b)$

$$A\sin(Kb) = Ce^{-kb} \qquad AK\cos(Kb) = -kCe^{-kb}$$

elosztva: $\underline{K\,\mathrm{ctg}(Kb) = -k}$

TFH $E \approx 0 \Rightarrow k \approx 0$

Ekkor ↗ $K=0$ ez nem érdekel minket

↘ $Kb = \frac{\pi}{2}(1+2n) \quad n \in \{0, 1, \dots\}$

Ekkor: $$V_0 = \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\pi^2}{4b^2}(1+2n)^2 = \frac{\overbrace{\hbar^2c^2}^{4\cdot 10^4\,\mathrm{MeV^2 fm^2}}}{\underbrace{2\mu c^2}_{\sim 10^3\,\mathrm{MeV}}}\frac{\overbrace{\pi^2}^{\approx 10}}{\underbrace{4b^2}_{\sim 2\,\mathrm{fm}^2}}(1+2n)^2 \approx 50\,\mathrm{MeV}(1+2n)^2$$

Tehát $n=0 \Rightarrow V_0 = 50\,\mathrm{MeV}$-nél van egy majdnem 0 energiájú.

Legyen V_0 mélyebb! 150 MeV kell a következőhöz, de adatokban már sok lenne az elő mint

$\Rightarrow$ 9-szer akkora KH kéne.

Mi van $l=1$-re (is nagyobbra)

megoldhatjuk ezekre is (triviális) ezért nem csináljuk meg.

Ekkor 4-szer nagyobb V_0-t kapunk. Ez is elég nagy.

Kérdés: Miért az $l=0$ a legnagyobb tag a Deuteronnál?

Mert a nagyobbakhoz sokkal nagyobb KH kéne.

A gond ezzel a közelítéssel, hogy spinfüggetlen

$\Rightarrow$ kell egy spinfüggő potenciál

$$V_{NN} = V_c(r)\cdot 1\!\!1 + V_s(r)\underbrace{\quad\quad}$$

milyen operátor kell ide?

Csak olyan jöhet, ami kielégíti a szimmetriákat és $\hat{S}_1 = \frac{1}{2}\hbar\hat{\sigma}_1$, $\hat{S}_2 = \frac{1}{2}\hbar\hat{\sigma}_2$ operátorokból áll

A legegyszerűbb választás mindenki tudja: $\underline{\sigma}_1\underline{\sigma}_2$

Mi az eredmény a KH-ra:

$\langle\chi_s|\hat{\underline{\sigma}}_1\hat{\underline{\sigma}}_2|\chi_s\rangle = *$ $\quad s=0$-ra az állapotunk $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\binom{1}{0}_1\binom{0}{1}_2 - \binom{0}{1}_1\binom{1}{0}_2\right)$ volt

Az operátor: $(\sigma_{1x}\sigma_{2x} + \sigma_{1y}\sigma_{2y} + \sigma_{1z}\sigma_{2z})$

$$* = \frac{1}{\sqrt{2}}\left((1\,0)_1(0\,1)_2 - (0\,1)_1(1\,0)_2\right)\left(\sigma_{1x}\sigma_{2x} + \sigma_{1y}\sigma_{2y} + \sigma_{1z}\sigma_{2z}\right)\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\binom{1}{0}_1\binom{0}{1}_2 - \binom{0}{1}_1\binom{1}{0}_2\right) =$$

= egyszerű, de hosszú számolás után kijön

Egyszerűbb, de trükkös levezetés:

$$\hat{\underline{S}} = \hat{\underline{S}}_1 + \hat{\underline{S}}_2 = \frac{1}{2}\hbar(\hat{\underline{\sigma}}_1 + \hat{\underline{\sigma}}_2)$$

$$\underline{S}^2 = \frac{1}{4}\hbar^2(\hat{\underline{\sigma}}_1^2 + \hat{\underline{\sigma}}_2^2 + 2\underline{\sigma}_1\underline{\sigma}_2)$$

$$S^2|\chi_s\rangle = s(s+1) = \frac{1}{4}\hbar^2\Big(\underbrace{\hat{\sigma}_1^2}_{3\cdot 1\!\!1}|\chi_s\rangle + \underbrace{\hat{\sigma}_2^2}_{3\cdot 1\!\!1}|\chi_s\rangle + 2\hat{\underline{\sigma}}_1\hat{\underline{\sigma}}_2|\chi_s\rangle\Big)$$

$$= \frac{1}{4}\hbar^2\left(6\cdot 1\!\!1 + 2\hat{\underline{\sigma}}_1\hat{\underline{\sigma}}_2\right)|\chi_s\rangle$$

$$\Rightarrow \hat{\underline{\sigma}}_1\hat{\underline{\sigma}}_2|\chi_s\rangle = \frac{1}{2}\left(4s(s+1) - 6\right)|\chi_s\rangle$$

$$\Rightarrow \langle\chi_s|\hat{\underline{\sigma}}_1\hat{\underline{\sigma}}_2|\chi_s\rangle = 2s(s+1) - 3 \begin{cases} s=1: & 1 \\ s=0: & -3 \end{cases}$$

Írjuk fel a Schr.-t:

$$(\hat{T} + \hat{V}_c)|\psi\rangle|\chi\rangle|\tau\rangle + \hat{V}_s|\psi\rangle|\chi\rangle|\tau\rangle = E|\psi\rangle|\chi\rangle|\tau\rangle$$

$/\cdot\langle\tau|$ nem történik semmi

$/\cdot\langle\chi|$ ez már csak marad mint

$$(\hat{T} + \hat{V}_c)|\psi\rangle + \langle\chi_s|\hat{V}_s|\chi_s\rangle|\psi\rangle = E|\psi\rangle$$

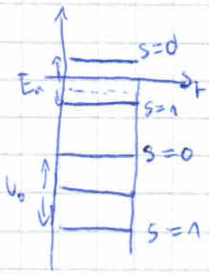
Nézzük ennek a r-reprezentációját:

$$\cdot\langle\underline{r}| : \left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_{\underline{r}} + V_c(\underline{r})\right)\psi(\underline{r}) + \underbrace{\langle\chi_s|\hat{V}_s|\chi_s\rangle}\psi(\underline{r}) = E\psi(\underline{r})$$

ez egy számérték, beolvasztható $V_c(\underline{r})$-be

Az egyenletet megoldjuk u.a. mint az előbb.

A potenciál $S=0$-ra sekélyebb, $S=1$-re mély:



Tehát $s=0$-ra eltűnik a kötött állapot, ezért van, hogy a deuteron alapállapota triplett

A spines tag tehát azt csinálja amit akarunk, de még mindig vannak problémák

hogy a teljes hullámfv: $\psi_a = c_0 \phi_{l=0} + c_2 \phi_{l=2}$

$$\langle \phi_{l=0} | \hat{1}, V_c, V_s | \phi_{l=2} \rangle = ?$$

belátható, hogy mindegyik 0.

Ez azért baj, mert ha a variációs problémát nézzük

$$\langle \delta\psi | \hat{H} - E\mathbb{1} | \psi \rangle = \langle \delta c_0 \phi_0 + \delta c_2 \phi_2 | \hat{H} - E\mathbb{1} | c_0\phi_0 + c_2\phi_2 \rangle =$$

$$= \delta c_1 \left(\langle \phi_0 | H-E | \phi_0 \rangle c_0 + (H-E)_{02}\, c_2 \right) + \delta c_2 \left((H-E)_{20} c_0 + (H-E)_{22} c_2 \right) = 0$$

Ebből az következne:

$$\left.\begin{aligned} (H-E)_{00} c_0 + (H-E)_{02} c_2 &= 0 \\ (H-E)_{20} c_0 + (H-E)_{22} c_2 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Ha a keresztagok 0-k, akkor c_0 és c_2-re független bármi kijönne (részletesebben tavaly).

$\Rightarrow$ kellenek tenzoriális tagok

Csak akkor jelenik meg több tag a megoldásban, ha ezek KH-átmenet egyszerre, különben csak az egyik.

tenzor tag:

$$V_T(r) \Big[\underbrace{3(\underline{\sigma}_1 \underline{n})(\underline{\sigma}_2 \underline{n}) - \underline{\sigma}_1 \underline{\sigma}_2}_{=: S_{12}} \Big] \qquad \text{ahol} \quad \underline{n} = \frac{\underline{r}}{|\underline{r}|}$$

miért kell megtörni a $\underline{\sigma}_1 \underline{\sigma}_2$ tagot? mert így átírható

$$\hat{S}_{12} = \sqrt{\frac{24\pi}{5}} \left(R^{(2)} \cdot \hat{S}^{(2)} \right)$$

ahol ezek az 2-drendű irreducibilis tenzor operátorok

$A^{(n)}_k$ egy n-edrendű irred tenzor operátor, ha

$$R^{-1} A^{(e)}_k R = \sum_{k'=-e}^{e} R^e_{kk'} A^{(e)}_{k'} \qquad \text{ahol} \quad R^e_{kk'} = \langle e k | \hat{R} | e k' \rangle$$

pl. minden vektor

$$\underline{A}(A_x, A_y, A_z) \longleftrightarrow A^{(1)} \qquad A^{(1)}_0 = A_z \qquad A^{(1)}_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (A_x \pm i A_y)$$

A skalárszorzat def-ja:

$$(A^{(n)} \cdot B^{(n)}) = \sum_{k=-n}^{n} (-1)^k A_k^{(n)} B_{-k}^{(n)}$$

HF: belátni, hogy valtozatlan az térfogat a skalárszorzat

A jelen esetben $R_m^{(2)} = Y_{2m}(\vartheta, \varphi)$

$$S_m^{(2)} = \sum_{\nu_1 \nu_2} \langle 1 \nu_1\, 1 \nu_2 | 2m \rangle\, \sigma_{1\nu_1}^{(1)}\, \sigma_{2\nu_2}^{(2)}$$

igaz a Pauli-m. esetén. $\underline{\sigma}_1 \longrightarrow \sigma_1^{(1)}$ aminek komponensei a $\sigma_{1\nu_1}^{(1)}$ mátrixok.

Matematikailag belátható, hogy mivel R helyfüggő és S spinfüggő

$$\langle L S J M \Pi | (R^{(n)} \cdot S^{(n)}) | L' S' J', M' \Pi' \rangle = \delta_{JJ'}\, \delta_{MM'}\, \delta_{\Pi\Pi'}\, \delta_{\underline{L}' = \underline{L} + \underline{n}}\, \delta_{\underline{S}' = \underline{S} + \underline{n}}$$

Tehát milyen tulajdonságúnak kell lennie a deuteron két tagjának;

$L = 0$	$L' = 2$
$S = 1$	$S' = 1$
$J =$	$J' = 1$
$\Pi = +1$	$\Pi' = 1$
$M \stackrel{!}{=} 1$	$M' \stackrel{!}{=} 1$

ezt kiegyeztük, hogy jó $n = 2$-re.

Még milyen van még tag

$$V_{NN} = V_c(r)\, 1\!\!1 + V_\sigma(r)\, \hat{\underline{\sigma}}_1 \hat{\underline{\sigma}}_2 + V_T(r) \left[3 (\underline{\sigma}_1 \underline{n})(\underline{\sigma}_2 \underline{n}) - \underline{\sigma}_1 \underline{\sigma}_2 \right] + V_{LS}(r)\, \underline{L} \cdot \underline{S}$$

kísérleti adatok elemzésével már nem találunk több tagot, de az elméletből belátható, hogy a legáltalánosabb formában lévő képletben kell még tag:

$$+ V_{(LS)^2} \cdot (\underline{L} \cdot \underline{S})^2$$

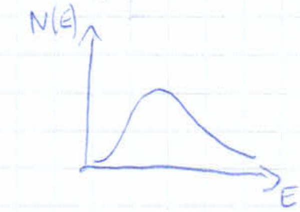
de ez már nem mutat nagy különbséget a mérhető mennyiségekben, de egyébként belátható, hogy nincs több tag.

A paraméterezett kísérlet is nagyon többféle eggyes (ez azt jelenti $\chi^2 / d.o.f. \approx 1$)

MAGFIZ

4. előadás (09.30.) (HÁ)

β-decay



mágneses téllel mérték a β-t nagyjából a nyugat

$$r = \frac{mv}{qB}$$

példák

$^{40}K \to {}^{40}Ca + e^- + \tilde{\nu}_e$

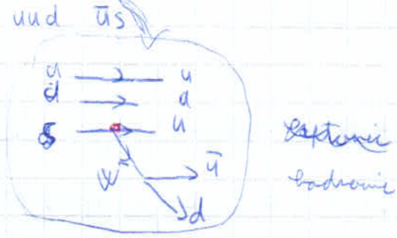
$^{3}H \to {}^{3}He + e^- + \tilde{\nu}_e$

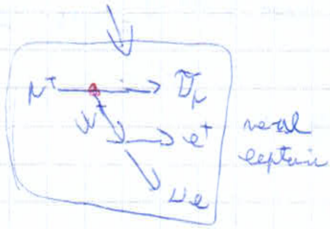
$n \to p + e^- + \tilde{\nu}_e$

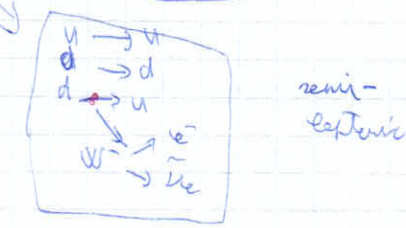
$\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \tilde{\nu}_\mu$

$\Lambda^0 \to p^+ + \pi^-$

uds uud ūs







A magfizikában csak a $n \to p$, $p \to n$ folyamatok számítanak, szóval Ákos megint elloptott tőlünk fél órát.

Atommag szint	nukleon szint	kvark szint
$^{40}K \to {}^{40}Ca + e^- + \tilde{\nu}_e$	$n \to p + e^- + \tilde{\nu}_e$	$d \to u + e^- + \tilde{\nu}_e$
$^{19}F \to {}^{19}O + e^+ + \nu_e$	$p \to n + e^+ + \nu_e$	$u \to d + e^+ + \nu_e$

miért bomlik az u kvark egy nagyobb tömegű részecskévé? mert van kötési energia ⇒
⇒ az atommag szintjén nézni

Átrendezve, a alábbiak is lehetnek:

$\nu_e + n \to p + e^-$

$\tilde{\nu}_e + p \to n + e^+$

$e^+ + n \to p + \tilde{\nu}_e$

$e^- + p \to n + \nu_e$

A β-bomlás Fermi-elmélete

Fermi annak térelmélettel dolgozott, mi nem fogunk.

$|i\rangle \xrightarrow{H_{int}} |f\rangle$ mennyi az esélye, hogy végbemegy? : w. $[w] = \frac{1}{s}$

Fermi-féle aranyszabály: $w(E) = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \Psi_i | H_{int} | \Psi_f \rangle|^2 \rho(E_f)$

← állapotsűrűség $\frac{dn}{dE}$

A hullámfv-t a teljes rendszerre kell így leírjuk (nem csak a kvantumot.
pl.: az e^- nem teljesen szabadon (mert vonzza az atommag ⇒ torzul

$\Psi_i = \phi_i$

$\Psi_f = \phi_f \cdot \varphi_e \cdot \varphi_{\bar{\nu}_e}$

$\hookrightarrow e^{-\frac{i}{\hbar} \underline{p}_\nu \underline{r}_\nu}$

$\hookrightarrow K(p_e r_e) = e^{-\frac{i}{\hbar} \underline{p}_e \underline{r}_e}$

Fermi szerint a KH:

$$H_{int} = g\,\delta(r - r_e)\,\delta(r - r_\nu)$$

Fermi sz. a pontszerű KH.
Azóta tudjuk W tömege nagy
$m_W \approx 90\,\mathrm{GeV}$ ⇒ ezért ~~nagy~~

$$H_{fi} = \iiint \phi_f^* \, K^*(p_e r_e)\, e^{\frac{i}{\hbar} \underline{p}_\nu \underline{r}_\nu}\, g\,\delta(\underline{r} - \underline{r}_e)\,\delta(\underline{r} - \underline{r}_\nu)\, \phi_i \, dV\, dV_e\, dV_\nu =$$

$$= g \int \phi_f^* K^*(p_e, r)\, e^{\frac{i}{\hbar} \underline{p}_e \underline{r}_e}\, e^{\frac{i}{\hbar} \underline{p}_\nu \underline{r}}\, \phi_i \, dV$$

mivel $\frac{p_e r}{\hbar} = \frac{p_e c \cdot r}{\hbar c} \leq \frac{p_e^{max} c\, r_{max}}{\hbar c} \approx \frac{E_{bomlás}\, r_{max}}{\hbar c} \approx \frac{0{,}5\,\mathrm{MeV} \cdot r_{max}}{200\,\mathrm{MeV\,fm}}$

r_{max} lehetne ∞, de ϕ_i gyorsan csökken, így $r_{max} \approx r_{nucleus} \approx 4\,\mathrm{fm}$

⇒ $\frac{p_e r}{\hbar} < \frac{1}{10}$ ez elég kicsi ahhoz, hogy közelítsünk

⇒ $e^{\frac{i}{\hbar} \underline{p}_e \underline{r}} \approx 1$ és $e^{\frac{i}{\hbar} \underline{p}_\nu \underline{r}} \approx 1$

Ha ϕ_f és ϕ_i ON, akkor az $e^{\frac{i}{\hbar} p r}$ elhagyása miatt az integrál kiesik.
⇒ nem engedett átmenet

ekkor a magasabb Taylor-t is figyelembe kell venni

$$\Rightarrow H_{fi} = g \underbrace{\left[\iint \phi_f^* \phi_i \, dV \right]}_{\text{nukleáris mátrix elem}} K^*(p_e) \Leftarrow$$ torzító fv (az r-t kijelöltük)

1. megengedett átmenet

$$w(E) = \frac{2\pi}{\hbar} g^2 |u^*(p_e)|^2 |M_{fi}|^2 \rho(E_f) \qquad A \to L + e^- + \bar{\nu}_e$$

A bomlási energia: $m_A c^2 = m_L c^2 + m_e c^2 + m_\nu c^2 + Q$

$$Q = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ezt elhagyjuk.}}}{K_L} + K_e + K_\nu \qquad E := K_e \quad E_\nu := K_\nu$$

Tehát $Q = E + E_\nu$

Az e^- és ν is szabadok. Mi az állapotsűrűség?

$$dn = \frac{4\pi p^2 dp}{V_1} = (\dots) p^2 dp$$

V_1: egységnyi cellatérfogata

TFH az e^- és a ν iránya független.

$$\int \frac{dn_e dn_\nu}{dE\, dE_\nu} dE_\nu \delta(Q - E - E_\nu) dE = (\dots) \int p^2 \frac{dp}{dE} q^2 \frac{dq}{dE} \delta(Q - E - E_\nu)\, dE\, dE_\nu =$$

mivel $E_\nu = p_\nu c$

$p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - m_e^2 c^2}$ ezért kell még deriválni

$$\Rightarrow \frac{dq}{dE_\nu} = \frac{1}{c} \quad \text{és} \quad \frac{dp}{dE} = \frac{1}{2c} \frac{2(E + m_e c)}{\sqrt{(E + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4}}$$

$$\Rightarrow \rho(E_f) = (\dots) \frac{1}{c^2} \left((E + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4\right) \frac{1}{2c} \frac{(E + m_e c^2)}{\sqrt{(E + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4}} =$$

$$= (\dots) \sqrt{(E + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4}\, (E + m_e c^2)(Q - E)^2$$

megengedett átmenetre M_{fi} E-független

$$w(E) = (\dots) \sqrt{E(E + 2m_e c^2)}\, (E + m_e c^2)(Q - E)^2 \underset{\nwarrow \text{Fermi-fv.}}{F(Z, E)}$$

MAGFIZIKA
5. előadás (H.K.)

<u>Kiválasztási szabályok</u>

$A \to L + e^- + \bar{\nu}_e$ normál- megengedett és nem megengedett átmenetek.

a)

$H_{fi} = \langle \psi_f | \hat{H} | \psi_i \rangle = \langle \phi_f \varphi_e \varphi_\nu | \hat{H} | \phi_i \rangle$

$M_{fi} = \langle \phi_f | \phi_i \rangle$

Ha $M_{fi} \approx 1$ akkor megengedett

ha $M_{fi} \approx 0$ nem megengedett.

b)

$\ell = 0$ a két lepton pálya-impulzusmomentuma

Hogy lehet ez? A teljes imp.mom: $\hat{\underline{I}}_A$, $\hat{\underline{I}}_L$

a leptonokkal $\hat{\underline{S}}_e$, $\hat{\underline{S}}_\nu$, $\hat{\underline{L}}_{e\nu}$

a megmaradás: $\underline{I}_A = \underline{I}_L + \underline{S}_e + \underline{S}_\nu + \underline{L}_{e\nu}$

a paritás: $\pi_A = \pi_L \cdot \underbrace{\pi_e \cdot \pi_\nu}_{\oplus \text{ saját elemek}} \cdot \pi_{L_{e\nu}} \to (-1)^\ell$ ahol ℓ a imp.mom kvantumszám.

tehát a paritásra: $\frac{\pi_A}{\pi_L} = (-1)^\ell$

Tovább tudjuk, hogy az imp.mom megmarad

$\hat{\underline{I}}_A = \hat{\underline{I}}_L + \hat{\underline{S}}_e + \hat{\underline{S}}_\nu + \hat{\underline{L}}_{e\nu}$

$i_A \quad i_L \quad \boxed{\tfrac{1}{2} \quad \tfrac{1}{2}} \quad \ell$

0: $\uparrow\downarrow$, 0 — Fermi-type

1: $\uparrow\uparrow$, $1, 0, -1$ — Gamow-Teller-type

ez az a triviális összeadás, ahol

$\underline{A} = \underline{B} + \underline{C}$

$a \quad b \quad c$

$|b-c| \le a \le b+c$

$|a-b| \le c \le a+b$

Az eredeti elemek másodkvantálásban kreáció ecc. $\Rightarrow$ kell egy $\tau_\pm$ léptető operátor, ami az izospint lépteti

Fermi-type-nál: $\tau_\pm$

GT-type-nál: $\sigma \cdot \tau_\pm$

Fermi-típusú kiválasztási szabály

$i_A \to i_L, \ell \Rightarrow |i_A - i_L| \le \ell \le i_A + i_L \Rightarrow \ell_{min} = \Delta i$

megengedett az átmenet, ha $\ell_{min} = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta i = 0 \quad \frac{\pi_A}{\pi_L} = (-1)^\ell}$

G–T – típusú kiválasztási szabály:

$$I_A \to I_L + S_L$$
$$\hookrightarrow \underbrace{S_e + S_\nu}_{S_1} + L_{ev}$$
$$S_1 + L_{ev} \quad 1 \quad 0$$

$|i_A - i_L| \le s_e \le i_A + i_L$ $\quad \Delta i = 0, 1$

DE $0 \le 1 \le ?$

Tehát Δi lehet 0, de az összeg nem.

$$\boxed{\begin{array}{ll} \Delta i = 0,1 & \ell_{ev} = 1 \\ i_A + i_L \neq 0 & \end{array}}$$

elsőrendű tiltott átmenet (mert $\ell_{ev} \neq 0$)

__Paritás megmaradás__

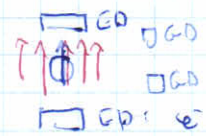
Az elemi kh-k:
1. gravitációs
2. elektromágneses } megtartja a paritást
3. erős
4. gyenge → megsérti a paritást

Def: $\psi(\underline{x})$ hullámfv. A paritás: $\hat{P}\psi(\underline{x}) = \psi(-\underline{x})$ $\qquad P^2 = I \Rightarrow \lambda = \pm 1$

Wu-kísérlet(ek) (1956, tehát még a Beatles előtt)

$$^{60}Co \to {}^{60}Ni^* + e^- + \bar{\nu}_e$$
$$^{60}Ni^* \to {}^{60}Ni + \gamma$$

Tekintsük a ^{60}Co mint mágnest



Mivel az EM paritástartó, ezért a γ-k nem egyformán, de ha a gyenge nem, akkor az elektronok nem lesznek egyformák

szcintillációs kérdések:

a teret szolenoiddal állítják elő és hűtik is.

– Miért ^{60}Co?
mert ferromágneses, mert β-bomló és mert GT típusú

– Miért hűtjük?
mert $S(^{60}Co) = 5 \Rightarrow$ 11 állapot és mindegyik egyformán kell lennie $[T = 0{,}003\,K]$

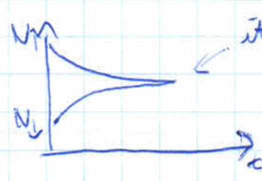
– Mivel állítjuk elő a mágneses teret? szolenoiddal

– Miért van vákuum? Hogy az e^--k ne nyelődjenek el.

– Hogy állították elő olyan hideget?
adiabatikus demagnetizációval. Washington, NBS

– Mi kell egy szcintillációs detektorhoz? tükör

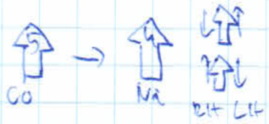
Eredmény: N_γ u.a. volt. $\quad N_{e^-}$



ittenen a rendszer felmelegedett.

A kísérlet magyarázata:

A ν nagyon tömegtelen $\Rightarrow$ helicitás sajátállapot $\quad H = \frac{\underline{p}\,\underline{s}}{|\underline{p}|\cdot|\underline{s}|}$



$\nu \to \pm 1$

$e \to \pm \frac{v}{c}$

$\Rightarrow$ A ν nagy valószínűséggel az ellenkező irányba távozik, mint a spin, a kísérlet szerint az antineutrínó jobbkezes általában,

Lederman-kísérlet: (Fermilab, Chicago)

1 TeV (tevatron)

$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ polarizált pionokkal (ez volt a lényeg)

Egyébként Yang és Lee jósolta meg a paritássértést

mert: $K^+ \to \pi^+ \pi^0$

$K^+ \to \pi^+ \pi^+ \pi^-$ ezeket először τ^+ és θ^+ részecskének hitték, (τ-θ) mondta, hogy valójában u.a.

$\Pi(\pi^+) = -1$
$\Pi(\pi^0) = -1$
$\Pi(\pi^-) = -1$ $\Rightarrow$ tehát az egyik megsérti a paritást

Goldhaber-kísérlet

$^{152}Eu + e^- \to {}^{152}Sm^* + \nu_e$ (900 keV szabadulási energia)

$^{152}Sm^* \to {}^{152}Sm + \gamma$

A kibocsátott γ-t elnyeli egy másik ^{152}Sm.

Mivel az eredeti $^{152}Sm^*$ mozgott a visszalökődés miatt, Mössbauer-effektus van.

Goldhaber mérte a γ foton polarizációját és mindig egyformának vették

MAG FIZ

6. előadás (10.14.)

Nukleáris méret

ekvivalens magsugár: R_{Eq}

mag sűrűség eloszlás: $\rho(\underline{r})$, töltés sűrűség eloszlás.

$\langle r^2 \rangle = \int \rho(\underline{r})\, r^2 d^3\underline{r}$ négyzetes-átlag

homogén esetben: $\langle r^2 \rangle_0 = \frac{1}{V}\int_0^{R'} 1 \cdot r^2 d^3\underline{r} = \langle r \rangle \Rightarrow R_{Eq} = R'$

ekkor $r_{Eq} = r_0 A^{1/3}$ (empirikus adat ~5% pontosság)
$\Rightarrow V \sim A$

mérési módszerek:

1) anomális Rutherford-szórás
2) β-bomlás tükör magokkal
3) n^0 elnyelés
4) karakterisztikus röntgen a müonikus atomokból (olyan atom, ahol az egyik e^- helyett μ^- van.)

   ekkor a müon nagyon lelép az állapotokon így az utolsó $2p \to 1s$ lépés a K_α vonalat bocsátja ki.

5) nagy energiás e^--szórás

Tükör magok, ahol $Z_1 = N_2$, $Z_2 = N_1$ pl.: ${}^7Li$, ${}^7Be$
mivel képletben 4 tag u.a. az utolsó pedig $\frac{Z^2}{r}$ szerint különbözik

A n^0 elnyelés H-K-M-je:
$\sigma = 2r^2\pi$ (nagy csak ennél nagyobb?) ebből lehet mérni

Az e^--szórással csak a töltés sugarát mérjük ki, mert csak Coulombbal hat kölcsön

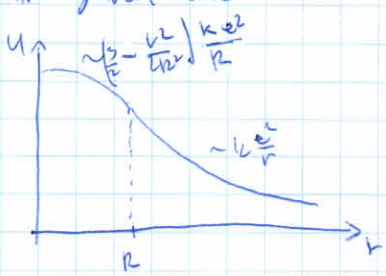
r_N 3,1
r_E: 5,4, 2 ← ezeknek a módszerrel alkalmazott a méréshez.

Azt látjuk, hogy $r_N > r_E$ $\Rightarrow$ a magoknak van neutron bőre.

A korábbiakban fent van az anyag, azt mondta, később majd.

Azért van 2 csúcs az ábrán, mert $2p_{3/2} \to 1s_{1/2}$
$2p_{1/2} \to 1s_{1/2}$

A mag belső tere:



ez az érték, amikor a mag 0 méretű

$$E_{K\alpha} = E_{2p} - E_{1s} \qquad \Delta E_{2p} = E_{2p} - E^0_{2p} =$$

$$\Delta E_{1s} = E_{1s} - E^0_{1s}$$

$\Delta E_{2p} = 0$, mert az elektron sűrűsége 0 a magban.

$$\Delta E_{1s} = \int \rho(\underline{r})\, U(\underline{r})\, d^3\underline{r} - \int \rho(\underline{r})\, U^0(\underline{r})\, d^3 r = \int_{r<R} |\psi(\underline{r})|^2 \left(\frac{keZ}{r} - \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2}\right)\frac{keZ}{R}\right) d^3\underline{r}$$

Ugyan, egy $\psi(r) = A e^{-\frac{Zr}{a_0}}$ $\qquad$ a_0-t a μ^- tömegével kell számolni

$$A^2 = \frac{Z^2 e}{\pi a_0^3} \qquad = 251 \text{ fm}$$

Mivel ez sokkal nagyobb, mint a mag mérete, érvényes a $\psi(r) \approx A$ közelítés.

$$\Delta E_{1s} = A^2 4\pi \frac{keZ}{R} \int_0^R \left(\frac{R}{r} - \frac{3}{2} + \frac{r^2}{2R^2}\right) r^2\, dr = \frac{Z^3 e 4\pi}{\pi a_0^3} \frac{keZ}{R} \int_0^R \left(rR + \frac{r^4}{2R^2} - \frac{3}{2} r^2\right) dr =$$

$$= \frac{Z^4 4\pi k e^2}{\pi a_0^3 R} \left(\frac{R^2}{2} R - \frac{3}{2}\frac{R^3}{3} + \frac{R^5}{10R^2}\right) = (\dots) R^2$$

~~tehát $E_{K\alpha} \approx E^0$~~

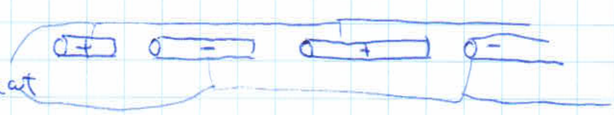
Nézzük a nagy energiás e^--szórást

Ha akarjuk tapogatni a magot $\Rightarrow$ $\lambda \sim R$

$$E_{kin} = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2 c^4} - m_0 c^2 = \sqrt{\frac{(hc)^2}{\lambda^2} + m_0^2 c^4} - m_0 c^2 \approx \sqrt{197^2 + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \approx 197 \text{ MeV}$$

mivel $\frac{hc}{\lambda} \approx \frac{197 \text{MeV fm} \cdot 6{,}28}{6{,}28 \text{ fm}} \approx 197 \text{MeV}$

Stanford (1955) LINAC



megmérték a differenciális HKM-et, Fermi-féle aranyszabállyal meg valami.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\omega) = (\dots)|H_{12}|^2$$

$$\underline{q} = \underline{k}' - \underline{k} = 2k \sin\frac{\vartheta}{2} = |\underline{q}|$$

$$H_{12} = \int e^{i\underline{k}_1\underline{r}}\, V(|\underline{r}|)\, e^{-i\underline{k}_2\underline{r}}\, d^3\underline{r} =$$

$$= \int e^{i\underline{q}\underline{r}} \int \frac{\rho(\underline{r}')}{|\underline{r}-\underline{r}'|}\, d^3\underline{r}'\, d^3\underline{r} =$$

$$= \int \rho(\underline{r}') \underbrace{\int e^{i\underline{q}\underline{r}} \frac{1}{|\underline{r}-\underline{r}'|} d^3\underline{r}}_{\frac{4\pi}{q^2} e^{iqr'}} d^3\underline{r}' = \frac{4\pi}{q^2} \underbrace{\int \rho(\underline{r}') e^{iqr'} d^3r'}_{\mathcal{F}(\rho(\underline{r}'))}$$

(ezt tudjuk, vagy nem tudom mi)

Tehát $\frac{d\sigma}{d\Omega} = (\dots) \frac{1}{q^4} \mathcal{F}^2(\rho(\underline{r}))$

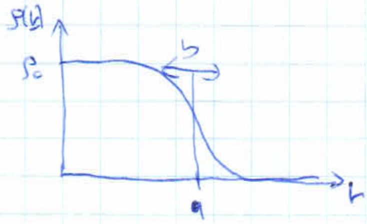
mivel $\frac{1}{q^4} = (\dots) \frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$ ez a Rutherford - HKM

$$= \frac{d\sigma}{d\Omega}\bigg|_{Ruth} |\mathcal{F}(\rho(\underline{r}))|^2$$

↳ töltés sűrűség

Woods - Saxon - formula (ez nem tudom mire vonatkozik, de kell)

$$\frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-a}{b}}}$$



MAG FIZ

7. előadás (10.21) (Cs A)

Atommag kölcsönhatása EM-mel:

pl.: $^3H + ^4He \to Li + \gamma$

$\gamma + d \to n + p$

A KH valószín.:

$$T = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle|^2 \, \rho(E_f)$$ (F-féle aranyszabály)

Az EM-mel való KH $\hat{H}$-ja:

$$H_{1,1} = \underbrace{\frac{(\underline{p} - \frac{e}{c}\underline{A})^2}{2m}}_{\frac{p^2}{2m} + \frac{e^2}{2mc^2}A^2 - \frac{e}{2mc}(\underline{p}\underline{A} + \underline{A}\underline{p})} + V(r) - \mu \underline{S}\,\underline{B} + \sum_\lambda n_\lambda \hbar \omega_\lambda$$

$\frac{p^2}{2m}$: kötött mag; $\frac{e^2}{2mc^2}A^2$: kétfoton tér

tehát $H_{int,1} = -\frac{e}{2mc}(\underline{p}\underline{A} + \underline{A}\underline{p}) - \mu \underline{S}\,\underline{B}$

A Maxwell: $\mathrm{div}\, \underline{E} = 0$ $\quad \mathrm{rot}\, \underline{E} = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$

$\mathrm{div}\, \underline{B} = 0$ $\quad \mathrm{rot}\, \underline{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$

A vákuumban $\underline{B} = \mathrm{rot}\, \underline{A}$ $\quad \underline{E} = -\mathrm{grad}\, \varphi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t}$

Coulomb-mértékben $\varphi = 0$

Beírva: $\Delta \underline{A} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{A}}{\partial t^2}$

FT: $\underline{A}(\underline{r}, t) = \sum_{\underline{k}} e^{-i\omega t} \underline{A}(\underline{r}, \underline{k})$ ahol $\frac{\omega}{k} = c$

$\Delta \underline{A} = -\frac{\omega^2}{c^2} \underline{A}(\underline{r}, \underline{k})$ minden $\underline{k}$-ra

$$\Rightarrow \underline{\Delta \underline{A}(\underline{r}, \underline{k}) + k^2 \underline{A}(\underline{r}, \underline{k}) = 0}$$ Helmholtz-egyenlet.

Hansen-megoldás:

$\underline{A}^M_{\lambda m}(\underline{r}, \underline{k}) = \underline{r} \times \underline{\nabla} \left(j_\lambda(kr) Y_{\lambda m}(\vartheta, \varphi) \right)$ $\quad j_\lambda$: Bessel-fv.

$\underline{A}^E_{\lambda m}(\underline{r}, \underline{k}) = -\frac{i}{k} \,\mathrm{rot}\, \underline{A}^M_{\lambda m}(\underline{k}, \underline{r})$

[$\mathrm{div}\,\mathrm{rot}\, \underline{u} = 0$

$\mathrm{div}(\underline{r} \times \underline{\nabla} \phi) = 0$]

Lásd be, hogy ez megoldás:

$$\text{rot}\,\underline{A}^{M}_{lm} = i k \underline{A}^{E}_{lm} \qquad ; \qquad \text{rot}\,A^{E}_{lm} = -\frac{i}{k}\underbrace{\text{rot}\,\text{rot}\,A^{M}}_{\underbrace{\text{grad}\,\text{div}\,A^{M}}_{0} - \underbrace{\Delta A^{M}}_{k^2 A^{M}}}$$

Mivel $\underline{E} = -\frac{\partial \underline{A}}{\partial t}$ és $\underline{B} = \text{rot}\,\underline{A}$

mert $\underline{E} = i\omega \underline{A}$ és $\frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = -i\omega \underline{E}$

A-ból van E és M $\Rightarrow$ E és B is. Jelölés: $\underline{A}^{\sigma}, \underline{E}^{\sigma}, B^{\sigma}$ $\qquad \sigma: E, M.$

E^{σ}: az elektromos megoldás elektromos erőtere,
B^{σ}: az elektromos megoldás mágneses erőtere.

Maxwell miatt: $\begin{cases} \text{rot}\,E^{\sigma} = i\omega B^{\sigma} \\ \text{rot}\,B^{\sigma} = \frac{1}{c^2}(-i\omega)\underline{E}^{\sigma} \end{cases}$

$$\text{rot}\,\text{rot}\,\underline{E}^{\sigma} = i\omega\,\text{rot}\,B = i\omega\frac{1}{c^2}(-i\omega)\underline{E}^{\sigma} = k^2 \underline{E}^{\sigma}$$

$$= \text{grad}\,\underbrace{\text{div}\,\underline{E}}_{\emptyset} - \Delta \underline{E} \quad \Rightarrow \quad -\Delta \underline{E} = k^2 \underline{E}$$ valóban Helmholtz-egyenlet.

B-re ugyanez.

Mivel $E \propto \frac{\partial A}{\partial t}$ ezért ha $\underline{E}$ kielégíti a Helmholtz-t, $\underline{A}$ is.

Vezessük be az alábbiakat:

$\underline{L} = -i\,\underline{r} \times \underline{\nabla}$

$\underline{S} = i\,\hat{\underline{I}} \times$ $\qquad$ belátható, hogy $[S_x, S_y]\,\underline{u} = i S_z \underline{u}$

$J := \underline{L} + \underline{S}$

belátható, hogy $J^2 \underline{A}^{\sigma}_{lm}(\underline{r},\underline{k}) = l(l+1)\,A^{\sigma}_{lm}(\underline{r},\underline{k})$

$J_z \underline{A}^{\sigma}_{lm}(\underline{r},\underline{k}) = m\,\underline{A}^{\sigma}_{lm}(\underline{r},\underline{k})$

$S^2 A^{\sigma}_{lm}(\underline{r},\underline{k}) = 1(1+1)\,A^{\sigma}_{lm}(\underline{r},\underline{k})$

foton-spin.

A teljes tér: $\underline{A}(\underline{r},t) = \sum_{\underline{k},\sigma,l,m} e^{-i\omega t}\underline{A}^{\sigma}_{lm}(\underline{r},\underline{k})$

„A töltésmentes tér az E és M-típusú fotonok összessége különböző lendület értékekkel.”

$\lambda = 0$

$$\underline{A}^{M}_{00} = \underline{k} \times \underline{\nabla} \underbrace{\left(j_0(\underline{k}r)\, \overbrace{Y_{00}(\vartheta, \varphi)}^{\frac{1}{\sqrt{4\pi}}} \right)}_{c \cdot \underline{r}} = 0$$

$$A^{e}_{00} = \mathrm{rot}\, \underline{A}^{M}_{00} = 0$$

A fotonnak csak két polarizációja van, 0 spinű nincs.

$$\sigma \lambda = \begin{matrix} E1, E2, E3 \dots \\ M1, M2, M3 \dots \end{matrix}$$ nevezzük ezeket multipólusnak, dipól, kvadrupól, oktupól …

$S = 1$

$L = 0, 1, 2, 3 \dots$

Meg kéne mondani, hogy az hogy kell a nagyságokat.

hosszú hullámhosszú közelítés:

$$kr \ll 1 \qquad kr < kR \underset{\substack{\uparrow \\ 6\text{-}7\,\mathrm{fm}}}{} \simeq \frac{\hbar \omega R}{\hbar c} = \frac{E_\gamma}{\hbar c} R \ll 1$$

$$\Rightarrow E_\gamma \ll \frac{\hbar c}{R} \approx 30\,\mathrm{MeV}$$ Tehát az alacsonyenergiás átmenetek.

Tudjuk, hogy $j_\lambda(kr) \xrightarrow[kr \to 0]{} \dfrac{(kr)^\lambda}{(2\lambda+1)!!}$

Behelyettesítve megkapjuk:

$$T = \sum_{\sigma, \lambda} T(\sigma \lambda)$$

$$\Rightarrow T(\sigma\lambda) = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} \cdot \frac{k^{2\lambda+1}}{\hbar} \cdot \frac{1}{2J_i+1} \sum_{\substack{m_i, m_f \\ m = m_f - m_i}} \left| \langle \psi^{\pi_f}_{J_f m_f} | O^{\sigma}_{\lambda m} | \psi^{\pi_i}_{J_i m_i} \rangle \right|^2$$

$O^{\sigma}_{\lambda m}$: multipól tranzíciós operátor.

ahol $O^{e}_{\lambda m} = e \sum_{i=1}^{Z} r_i^{\lambda} Y_{\lambda m}(\hat{r}_i) + 2\mathrm{nd\ term}$

$O^{M}_{\lambda m} = \frac{1}{c} \mu_N \sum_{i=1}^{A} g_i\, \underline{s}_i \cdot \underline{\nabla} \left(r_i^{\lambda} Y_{\lambda m}(\hat{r}_i) \right) + 2\mathrm{nd\ term}$.

átgondolva: $H_{int} \sim k^{\lambda+1}$; $|\langle H_{int} \rangle|^2 \sim k^{2\lambda+2}$

$$\left[\frac{k^{2\lambda+1}}{\hbar} \right] = \frac{1}{\mathrm{fm}^{2\lambda+1}\ \mathrm{MeV\,s}}$$

$$\left[|\langle \psi | O^{e} | \psi \rangle|^2 \right] = \left[\underset{\substack{\uparrow \\ \mathrm{MeV}}}{e^2}\ \underset{\substack{\uparrow \\ \mathrm{fm}^{2\lambda}}}{r^{2\lambda}} \right]$$ $\Rightarrow$ A mértékegység jó.

O^M-mel is meg kell nézni. Kicsit bonyolult, de ezzel ...

Ahogy láttuk, hogy

$\hat{O}^{\sigma}_{\lambda m}$ λ-rendű irreducibilis tenzoroperátor,

mert így igaz az alábbi tétel:

$$\langle J_f m_f \pi_f | O_{\lambda m} | J_i m_i \pi_i \rangle = \_\_\_ \, \delta_{\underline{J}_i + \underline{\lambda}\, \underline{J}_f} \, \delta_{m = m_f - m_i} \, \delta_{\pi_i \cdot \pi_\lambda = \pi_f}$$

Tehát akkor nem 0, ha

$$\underline{J}_i + \underline{\lambda} = \underline{J}_f$$

$$\pi_i \cdot \pi_\lambda = \pi_f \qquad \text{ahol } \pi_\lambda \text{ a foton paritása}$$

$$\pi_\lambda = \begin{cases} (-1)^\lambda & E \\ (-1)^{\lambda+1} & M \end{cases}$$

P1.

$$J_i^{\pi_i} = 2^+ \longrightarrow J_f^{\pi_f} = 3^-$$

kérdés: milyen EM sugárzás kell ehhez?

$$\underline{\lambda} = \underline{J}_i + \underline{J}_f \implies 1 \leq \lambda \leq 5 \qquad \lambda \in \{E1, M2, E3, M4, E5\}$$

P2.

$$\tfrac{3}{2}^- \xrightarrow{E2} ?$$

$$J_f = \underline{\tfrac{3}{2}} + \underline{2} \implies \tfrac{1}{2} \leq J_f \leq \tfrac{7}{2}$$

$$2 = \tfrac{1}{2}^-, \tfrac{3}{2}^-, \tfrac{5}{2}^-, \tfrac{7}{2}^-$$

P3.

$$1^+ \to 1^- \implies M0, E1, M2$$

0 E olyan nincs.

P4.

$$0^+ \to 0^- \implies M0$$ az egyetlen, de ilyen nincs.

Miért mégis végbe? mert az első rendű perturbációban

2 fotonnal van lehetőség.

Mik a lehetőségek átmenetek között egymáshoz képest

$$T(\sigma(\lambda+1)) \ ? \ T(\sigma\lambda)$$

A képlet alapján: $$T(\sigma(\lambda+1)) = \frac{\lambda\,[(2\lambda+1)!!]^2}{8\pi(\lambda+1)} \cdot \frac{\lambda+2}{(\lambda+1)((2\lambda+3)!!)^2}\, T(\sigma\lambda) \cdot r^2 k^2 \; \chi$$

$$\approx \frac{1}{2\lambda+3} r^2 k^2 \ll 1$$

tehát $E1 \gg E2 \gg E3 \dots$

$M1 \gg M2 \gg M3 \dots$

Hogy viszonyul $M\lambda$ $E\lambda$-val?

$$\frac{\sigma^M_\lambda}{\sigma^E_\lambda} = \left(\frac{\frac{1}{c}\frac{e\hbar}{2m_N} r^{\lambda-1} A}{e r^\lambda \frac{A}{2}} \right)^2 = \left(\frac{\hbar}{m_N c r} \right)^2 = \left(\frac{\overset{197\,\mathrm{MeV\,fm}}{\hbar c}}{\underset{938\,\mathrm{MeV}}{m_N c^2}\cdot \underset{6-7\,\mathrm{fm}}{r}} \right)^2 \ll 1$$

Tehát $E1 \gg M1$, $E2 \gg M2$

Általában, hogy $M\lambda \approx E(\lambda+1)$

mert $p = k\hbar = \frac{E_\gamma}{c}$ $\qquad k \sim E_\gamma$

$k^{2\lambda+1} \sim E_\gamma^{2\lambda+1}$

$E1, M1 \sim E_\gamma^3$

$E2, M2 \sim E_\gamma^5$

$E3, M3 \sim E^7$

Képzeljünk el egy γ-t kibocsátó magot! Egy ugyanilyen mag elnyeli?

$\Delta E = E_2 - E_1$

$\overset{\leftarrow}{v}\bigcirc \underset{\gamma}{\rightsquigarrow}$

$$\begin{cases} E_2 - E_1 = E_\gamma + \frac{1}{2} M V^2 \\ MV = \frac{E_\gamma}{c} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_2 - E_1 = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \qquad \Rightarrow \qquad E_\gamma = \frac{\Delta E}{1 + \frac{1}{2Mc^2}} \approx \Delta E - \underbrace{\frac{(\Delta E)^2}{2Mc^2}}_{E_R}$$

$\Delta E \sim 1\,\mathrm{MeV}$

$M = m_N$

$E_R \sim 5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{MeV}$

A γ Γ-ja: $(10^{-6} - 10^{-3})\,\mathrm{eV}$

ami túl kicsi, ezért a reakció nem történik meg.

DE ha a céltárgy a γ felé mozog (pl. termikus mozgás miatt) akkor végbemehet

$$\frac{1}{2} M (v + v_T)^2 = \underset{E_R}{\frac{1}{2} M v^2} + \underset{\underset{\text{Doppler.}}{E_D}}{M v v_T} + \underset{E_T}{\frac{1}{2} M v_T^2}$$

$E_D = M v v_T = E_\gamma \frac{v_T}{c}$; $\qquad \frac{1}{2} M v_T^2 = \frac{3}{2} kT \Rightarrow v_T = \sqrt{\frac{3kT}{M}}$

$$E_D = E_\gamma \sqrt{\frac{3kT}{Mc^2}} = E_\gamma \sqrt{\frac{3 \cdot 300}{16000}\,\mathrm{eV}} \approx 10^{-5} E_\gamma = 10^{-5}\,\mathrm{MeV}$$

ez nem elég.

Ha a termikus energia nem segít, adjunk mi sebességet neki.

$$E_M = M_K v_M = E_\gamma \frac{v_M}{c} \Rightarrow v_M = 5\cdot 10^{-4} c = 1{,}5\cdot 10^{5}\ \frac{m}{s}$$

$$v = r\omega \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \approx 25000\ \frac{rot}{s}$$ ez sok.

$$E_R = \frac{(\Delta E)^2}{2Mc^2} = \frac{(\Delta E)^2}{2 m_N\, 60 \cdot c^2} \Rightarrow f \approx \sim 5\,000\ \frac{rot}{min}$$

Másrészt: $E_R = \dfrac{(\Delta E)^2}{2 m_N \cdot 6\cdot 10^{23} \cdot c^2}$ ez már elég kicsi, vagy jó egyben.

MAGFIZ

8. előadás (11.04.) (Cs. A.)

Nukleon-modellek. (mag modellek)

Cseppmodell: úgy képzeli el a magot, mint folyadék részecskéket

tulajdonságai

- fix sűrűség

$$\rho = \frac{A}{V} = \frac{A}{\frac{4\pi}{3} r^3} = \frac{A}{\frac{4\pi}{3} r_0^3 A} \approx 0{,}14 \ \frac{\text{nukleon}}{\text{fm}^3} \qquad \text{mert } r_0 \approx 1{,}2 \text{ fm}$$

- $E_B \approx C_1 A - C_2 A^{2/3} - C_3 \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}} - C_4 \frac{(N-Z)}{A} + \frac{\delta}{A^{3/4}}$

Weizsäcker-félempirikus-formula.

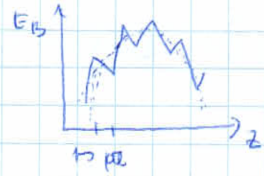
$$\left.\begin{aligned} C_1 &= 15{,}6 \text{ MeV} \\ C_2 &= 17{,}2 \text{ MeV} \\ C_3 &= 0{,}7 \text{ MeV} \\ C_4 &= 23{,}3 \text{ MeV} \end{aligned}\right\} \text{illesztésből}$$

tagok:
- térfogati energia
- felületi energia
- Coulomb-energia
- szimmetria energia
- párenergia

Okok:

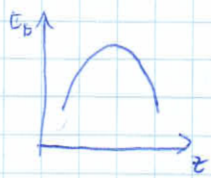
- térfogat: Mindenki látja a szomszédjait, A nukleonnál A-szor ezt látni.
- felület: A felületen levőknek ez nem igaz, mert a felülettel arányos mennyiséggel kevesebb van.
- Coulomb: két proton között a távolság $A^{1/3}$-mal megy (ezért fent)
- szimmetria: ezt jövő héten látni fogjuk.
- pár: $\delta = +1$ ha páros-páros
  - 0 ha páros-páratlan
  - -1 ha páratlan-páratlan   A shell modellből jön majd

adott, páros A mellett:



(odd-even staggering)

páratlan A-nál δ mindig 0, ezért mindig pontosan parabolán van



mágikus számok: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

Melyik mag a legstabilabb? ahol a legnagyobb E_B/A.

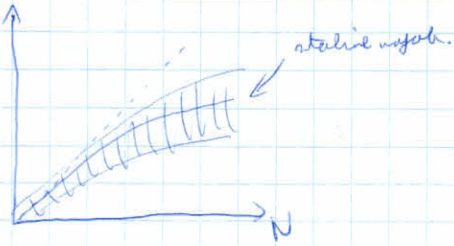
Ez a Fe körül, ... Fe-Ni átmenet. (nem értettem pontosan)

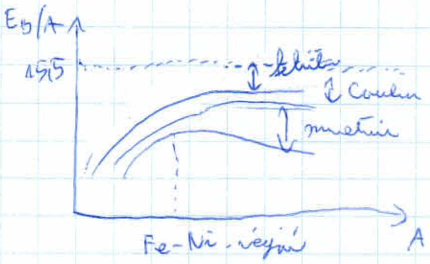
Melyik atom a legstabilabb adott A esetén?

$$\left.\frac{\partial E_B}{\partial Z}\right|_A \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial E_B}{\partial Z} = -2C_3\frac{Z}{A^{1/3}} - 2C_4 2\frac{(A-2Z)}{A}\cdot(-2) = 0 \Rightarrow \quad Z = \frac{2C_4A}{4C_4+C_3A^{2/3}} = \frac{A/2}{1+\frac{C_3}{4C_4}A^{2/3}}$$

Minél nagyobb A, annál jobban eltér A/2-től.





A	Z	N	A/Z
50	23	27	2,17
100	43	57	2,32
200	80	120	2,5

Nézzük a töltés energiáját:

potenciál: $$V_C(\underline{r}) = \sqcup\int \underset{\text{töltés nagysága}}{e^2}\, \underbrace{\frac{Z-1}{V}}_{\text{töltéssűrűség}} d^3\underline{r}'\cdot \underset{\text{távolság}}{\frac{1}{|\underline{r}-\underline{r}'|}} = \sqcup\frac{e^2(Z-1)}{V}2\pi\int_{r'=0}^{R}\int_{\vartheta=0}^{\pi}\frac{1}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\vartheta}}\sin\vartheta\, d\vartheta\, r'^2dr'$$

(ott végig e van e^2 helyett)

$$= \sqcup\frac{e^2(Z-1)}{V}2\pi\int_{r'=0}^{R}\underbrace{\left[\frac{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\vartheta}}{rr'}\right]_{\vartheta=0}^{\pi}}_{\frac{r+r'}{rr'}-\frac{|r-r'|}{rr'}} r'^2dr' = \sqcup\frac{e^2(Z-1)}{V}\left(\int_0^r\frac{2r'}{rr'}r'^2dr' + \int_r^R\frac{2r}{rr'}r'^2dr'\right) =$$

$$= \sqcup\frac{e^2(Z-1)}{V}2\pi\left(\frac{2}{3}r^2 + (R^2-r^2)\right) = \sqcup\frac{e^2(Z-1)}{V}2\pi\left(R^2-\frac{1}{3}r^2\right)$$

tehát a teljes Coulomb energia:

$$E_C = \frac{1}{2}\int\frac{Z}{V}e\cdot\frac{e(Z-1)2\pi}{V}\left(R^2-\frac{1}{3}r^2\right)d^3r =$$

(Az $\frac{1}{2}$, mert minden költ-t kétszer számoltunk)

$$= \frac{1}{2}\frac{e^2Z(Z-1)2\pi}{\underset{\frac{16}{9}R^6\pi^2}{V^2}}4\pi\underbrace{\int_0^R\left(R-\frac{1}{3}r^2\right)r^2dr}_{4/15\, R^5} = \frac{3}{5}\frac{e^2(Z-1)Z}{\underset{r_0A^{1/3}}{R}} = 1{,}2\,\mathrm{MeV}\cdot\frac{3}{5}\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \approx$$

$$\approx 0{,}72\frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Ez volt a formulában, jee.

A cseppmodell további része:

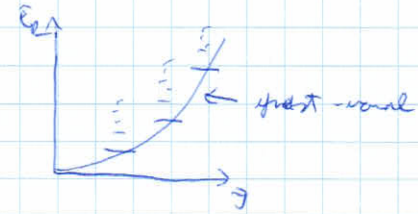
Lehet kiterjeszteni a nagy kollektív mozgásokra: forgás és rezgés.

Forgás:

Klasszikusan: $E_R = \frac{1}{2}\Theta\omega^2 \qquad L = \Theta\omega$

$$= \frac{1}{2}\frac{L^2}{\Theta}$$

kvantumban: $\hat{H}_{rot} = \frac{J^2}{2\Theta} \Rightarrow E_R = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\Theta}\left(1-\alpha J(J+1)\right)$



$\frac{R}{r} > 2$ szuperdeformált Dy Nyalni B.

$\frac{R}{r} > 3$ hiperdeformált U kvazimolekula H.

Vibrációs rezgés:

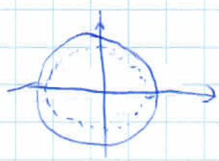
← legyen ez a nélküli állapota a rezgésnek:

$$R(\vartheta,\varphi,t) = R_0\left(1 + \sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell} c_{\ell m}(t)\, Y_{\ell m}(\vartheta,\varphi)\right)$$

Nézzük az első vibrációkat

$\ell = 0$ (monopól)

$Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$

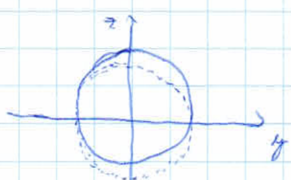


itt simán csak felfúvódik és zsugorodik.

Denzitás itt a sűrűség változna, mert ez nem lehetséges.

$\ell = 1$ (dipól)

$Y_{10} \sim \cos\vartheta$

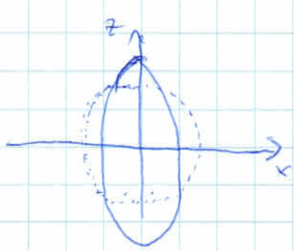


ez a z menti oszcilláció

ez még külső tér, ez nem lehetséges.

$\ell = 2$ (kvadrupól)

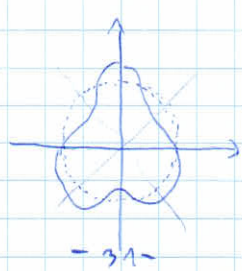
$Y_{20} \sim 3\cos^2\vartheta - 1$



prolate - oblate oszcilláció

$\ell = 3$ (oktupól)

$Y_{30} \sim 5\cos^3\vartheta - 3\cos\vartheta$



Ugyan a dipólt és a monopólt kizártuk, mégis látunk ilyeneket

Miért, mert a e^+-k és ν_e-k külön felfogadnak, külön mennek, és a kettő együtt létrehozhatja azt amit akarunk.

MAGFIZ

9. előadás (11.11.) (Cs.A.)

Fermi-gáz modell

A magot fermionokból álló gázként képzeli el.

Fermi statisztika: $f = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}+1}$ $\qquad$ μ jelentése: $\mu = \frac{dE}{dN}\Big|_{S,V}$

* f annak a valószínűsége, hogy egy h^3 térfogatú fázistérben találunk egy részecskét.

Ez alapján a tömegszám:

$$A = \frac{g}{h^3}\int \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}+1}\, d^3r\, d^3p = \frac{gV(4\pi)}{\hbar^3(2\pi)^3}\int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}+1}\, p^2dp = \qquad \varepsilon = \frac{p^2}{2m}$$

$$= \frac{gV}{\hbar^3 2\pi^2}(2m)^{3/2}\frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}+1}\,\varepsilon^{1/2}\,d\varepsilon =$$ $\qquad$ g: szab. fok száma

$= T\to 0$ esetén az integrál $\frac{2}{3}\mu^{3/2}$ $= \frac{gV}{\hbar^3(6\pi^2)}(2m)^{3/2}\mu^{3/2}$

Ebből: $\mu = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{6\pi^2\rho}{g}\right)^{2/3}$ ← ez a nagy kinetikai része.

Tudjuk, hogy:
- $g = 4$
- $\hbar c = 197$
- $mc^2 = 938$
- $\rho = 0{,}14\ \frac{1}{fm^3}$

Ebből $\mu \simeq 33$ MeV

Külön neutronokra:

$m \to m_n \approx m$

$g \to g_n = g/2$

$\rho \to \rho_n = \frac{N}{A}\frac{A}{V} = \frac{N}{A}\rho$ $\qquad$ $\mu_N = \mu\left(\frac{2N}{A}\right)^{2/3}$

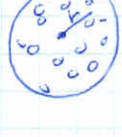
ugyanígy $\mu_p = \mu\cdot\left(\frac{2Z}{A}\right)^{2/3}$

Az ideális Z-nél ha $A=50$: $\frac{A}{Z} = 2{,}2$ $\quad$ $\frac{A}{N} = 1{,}8$

Ebben $\mu_n = 35$ MeV $\quad$ $\mu_p = 31$ MeV

Mit jelent, hogy nem egyezik?

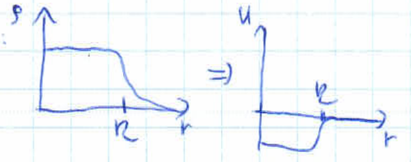
Átlagtér potenciál:



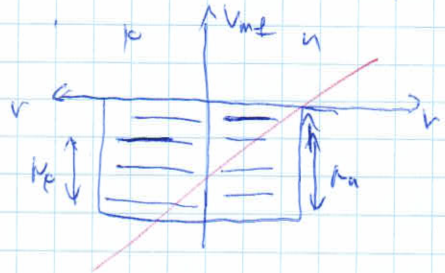
A r-re eső nukleonok által okozott potenciál:

$$V_{mf}(r) = V_0\frac{1}{e^{\frac{r-R}{a}}+1} \qquad \text{(Saxon-Woods-potenciál)}$$

mert a környezeti ρ-val arányos, ami hirtelen esik:

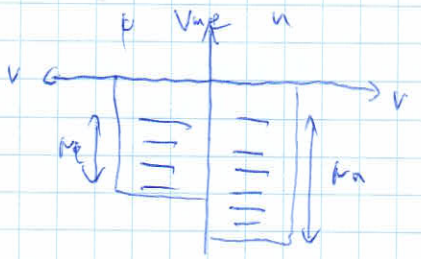


egyszerűség kedvéért használjuk négyzet alakú kutat:



Ez nem jó, mert ha a Fermi-szint nem lenne azonos, akkor elbomlással pótolná

$\Rightarrow$ A neutron szintje nagyobb



Az energia (ami jelenleg kinetikus):

$$E = T = \frac{g}{\hbar^3(2\pi)^3}\int \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}+1}\,\frac{p^2}{2m}\,d^3x\,d^3p = \frac{gV}{\hbar^3 2\pi^2}\,\frac{1}{2m}\int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}+1}\,p^4\,dp = \qquad p^2 = 2m\varepsilon$$

$$= \frac{gV}{\hbar^3 2\pi^2}(2m)^{3/2}\int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}+1}\,\varepsilon^{3/2}d\varepsilon = T\to 0 \text{ esetén } = \frac{gV(2m)^{3/2}}{\hbar^3 10\pi^2}\,\frac{\hbar^3}{(2m)^{3/2}}\,\frac{6\pi\rho}{g}\,\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{6\pi\rho}{g}\right)^{2/3} =$$

$$= \underline{\frac{3\hbar^2}{10m}\left(\frac{6\pi^2\rho}{g}\right)^{2/3}A}$$

A F-gáz modell nem teljesíti a $V\rho = A$ egyenletet, ezt mi tettük bele kézzel (ez említett fentebb.)

$$= cA$$

$c \simeq 20\,\text{MeV}$ (A W-Z-formulában ez kb 16 volt)

Nézzük külön-külön:

$E = e_n + e_p \qquad g \to \frac{g}{2} \qquad \rho \to \rho_n = \frac{N}{A}\rho$

Mivel itt $V\rho_n = N$ és $V\rho_p = Z$, ezzel vegyük kell.

$$E_n = c\cdot A\cdot\left(\frac{2N}{A}\right)^{2/3}\left(\frac{N}{A}\right) =$$

$$= c\cdot A\cdot 2^{2/3}\left(\frac{N}{A}\right)^{5/3} \qquad E_p = c\cdot A\; 2^{2/3}\left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3}$$

$$\Rightarrow E = cA\,2^{2/3}\left[\left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3} + \left(\frac{N}{A}\right)^{5/3}\right]$$

Legyen $x := \frac{N-Z}{A}$ (ez kicsi) $\qquad \left.\begin{matrix} N-Z = xA \\ N+Z = A\end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} N = \frac{A}{2}(1+x) \\ Z = \frac{A}{2}(1-x)\end{matrix}$

$$E = cA\,2^{-1}\left[(1+x)^{5/3} + (1-x)^{5/3}\right] \approx cA\,2^{-1}\left(1+\frac{5}{3}x+\frac{5}{9}x^2+1-\frac{5}{3}x+\frac{5}{9}x^2\right) =$$

$$= cA\cdot\left(1+\frac{5}{9}x^2\right) = cA + \frac{5}{9}c\,\frac{(N-Z)^2}{A}$$

szimmetria energia.

Hibát követtünk el, mert a teljes V-re integráltunk, de a szélén már nincsenek nukleonok

$$E = E_{\text{teljes }V} - \frac{g}{\hbar^3(2\pi)^3}\int \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}+1}\,\frac{p^2}{2m}\,d^3p\cdot S\cdot\Delta r \qquad (S:\ \text{surface})$$

Mekkora Δr? Heisenberg alapján: $\Delta r\,\Delta p = \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta r = \frac{\hbar}{2p}$.

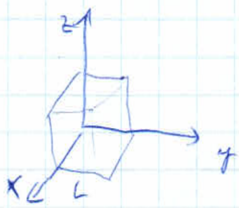
A második tag a felületi energia:

$$E_s = \frac{g\hbar\cdot S}{\hbar^3(2\pi)^3\cdot 2\cdot 2m}\,4\pi\int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}+1}\,p^3\,dp = \sqcup\int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}}(2m)m\,\varepsilon\,d\varepsilon \approx \sqcup\, m\mu^2 =$$

$$= \frac{g\,S\,m}{\hbar^2\cdot 8\pi^2}\cdot\frac{\hbar^4}{4m^2}\left(\frac{6\pi^2\rho}{g}\right)^{4/3} = \frac{\hbar^2\cdot S}{8\pi^2 m}\left(\frac{3\pi^2\rho}{2}\right)^{4/3} \qquad \text{Mivel } S = 4\pi r_0^2 A^{2/3}$$

Ha a Δr-t korrektül számítva volna $\frac{1}{8\pi}$ helyett $\frac{1}{16\pi}$ lenne.

Konkrét számolás (nem kell tudni):



$$\psi = c\,\sin(k_x x)\sin(k_y y)\sin(k_z z)$$

HF miatt $\quad k_x L = n_x\pi \quad n_x = 1,2,\dots$

$k_y L = n_y\pi \quad n_y = 1,2,\dots$

$k_z L = n_z\pi \quad n_z = 1,2,\dots$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\pi^2}{L^2}(n_x^2+n_y^2+n_z^2)$$

$k \le |k|$ alapján az állapotok száma: $n(k)$

elhanyagolva n-eket: $n(k) = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{Lk}{\pi}\right)^3 = \dots V$

Viszont ebből le kell vonni egy $\dots S$ tagot

$$dn(k, k+dk) = \dots V - \dots S$$

E-re ugyanez.

Mi van a potenciállal? Ez nehezebb, mert ez kétrészecske-integrál.

Egyrészecske HF-je: $\underbrace{\varphi_j(\underline{r}_i) = \frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\underline{k}_j\underline{r}_i}}_{\tilde{\varphi}_j(\underline{r}_i)}\cdot\chi_j\cdot\tau_j$

A teljes hullámfv. a Slater: $\Psi = \sum_P (-1)^{\pi_P}\varphi_{P_1}(\underline{r}_1)\varphi_{P_2}(\underline{r}_2)\cdots\varphi_{P_A}(\underline{r}_A)$

$\langle\Psi|T=\sum_i t_i|\Psi\rangle$ = „könnyen kiszámolható" $= \sum_{i=1}^{A}\langle\tilde{\varphi}_i|t_i|\tilde{\varphi}_i\rangle = \sum_{i=1}^{A}\frac{p_i^2}{2m}$

Ezért használhatjuk $\frac{p^2}{2m}$-et a kvantumstat. integrálban.

Legyen a potenciálra :

$$\langle \Psi | \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{A} \underbrace{V(|\underline{r}_j - \underline{r}_i|)}_{V_{ij}} | \Psi \rangle = \text{„csak meggyen írni"} = \sum_{i,j} \langle \phi_{ij} | \tfrac{1}{2} V_{ij} | \phi_{ij} \rangle$$

ahol $\phi_{ij}^{s} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\tilde{\varphi}_i(r_i)\tilde{\varphi}_j(\underline{r}_j) + \tilde{\varphi}_j(\underline{r}_i)\tilde{\varphi}_i(\underline{r}_j) \right)$

$\phi_{ij}^{as} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\quad '' \quad - \quad '' \quad \right)$

Mi a valószínűsége, hogy sim, vagy antisim lesz? S-től és τ-tól függ. (három spin és három izospin)

4 lehetőség: $\begin{matrix} S & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \tau & 0 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$ ezekre a térrész: as, s, s, as

A elfajultságok : 1 3 3 9 ⇒ 16 lehetőség, ebből 6 s, és 10 as.

$$\langle V\rangle_{12}^{i=1\, j=2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\frac{1}{V^2}\int\Big[\frac{3}{8}\left(e^{-ik_1r_1 - ik_2r_2} + e^{-ik_2r_1 - ik_1r_2}\right)v(r)\left(e^{ik_1r_1+ik_2r_2} + e^{ik_2r_1+ik_1r_2}\right) +$$

$$+\frac{5}{8}\left(e^{-ik_1r_1-ik_2r_2} - e^{-ik_2r_1-ik_1r_2}\right)v(r)\left(e^{ik_1r_1+ik_2r_2} - e^{ik_2r_1+ik_1r_2}\right)\Big]d^3r_1d^3r_2 =$$

= áttérünk TKP rendszerre, tök egyszerű lesz, de ezt kell tudni =

$$= \frac{2\pi}{V}\int_0^\infty v(r)\left(1-\frac{1}{4}\frac{\sin(2kr)}{2kr}\right)r^2\,dr$$

ahol $k = 2|\underline{k}_2-\underline{k}_1|$

és $v(r) = -v_0\frac{e^{-\mu_s r}}{r}$ $v_0>0$

$$= -\frac{2\pi}{V}v_0\left[\frac{1}{\mu_s^2} - \frac{1}{4}\frac{1}{4k^2+\mu_s^2}\right]$$ tehát csak k-tól függ

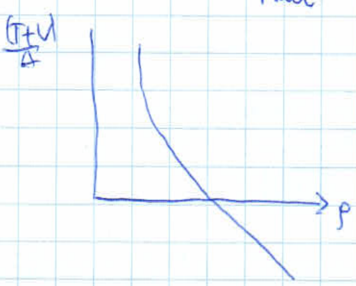
Ezzel a kvantumszámok integrálása :

$$V_{\text{tot. energia}} = \frac{g^2}{h^6}\int \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_1-\mu}{kT}}+1}\,\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_2-\mu}{kT}}+1}\,\langle V\rangle_{12}(\underline{k})\, d^3\underline{r}_1\, d^3\underline{r}_2\, d^3\underline{p}_1\, d^3\underline{p}_2$$

A végső eredmény :

$$\frac{T+V_{kk}}{A} = \underset{\substack{\uparrow\\ T\text{-ből}}}{a}\rho^{2/3} - b\rho + c\rho^{4/3}$$

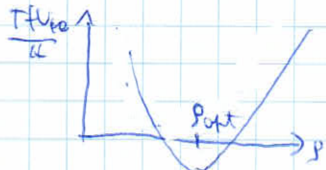
Mivel $a,b,c>0$ ezért b a vonzó tag.



Ez nem nagyon mutatja meg a szaturációt

miért? mert $v(r)$-be nem vettük bele a taszító részt.

Ami jó lenne : $v(r) = \frac{e^{-\mu_s r}}{r}(-v_0 + k^2 v_1)$ ezzel $\rho^{5/3}$ jön ki, és az lesz a taszító tag :



$\rho_{opt} \approx 0{,}14\ \frac{1}{fm^3}$

Amire jó a F-gáz modell: A gerjesztett állapotok tanulmányozása.

MAG FIZ

10. előadás (11.18.) (Cs. A.)

Héj modell

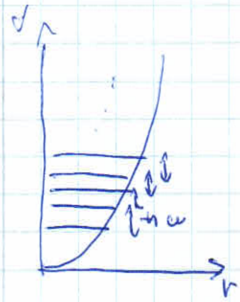
Átlag tér potenciál (a n-n kH-tól eltekintünk)

(Saxon - Woods potenciál

Csak numerikusan tudjuk megoldani, ezért számoljunk inkább harm. osc-cal:

$$V = \frac{1}{2} m\omega^2 r^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 (x^2+y^2+z^2)$$

$$E_{\underline{N}} = \hbar\omega\left(\underbrace{n_x+n_y+n_z}_{N}+\frac{3}{2}\right)$$



Nézzük a degenerációt

N	n_x n_y n_z	n_N	Σn_N
0	0 0 0	$2\cdot 1 = 2$	2
1	1 0 0 0 1 0 0 0 1	$2\cdot 3 = 6$	8
2	2 0 0 0 2 0 0 0 2 1 1 0 1 0 1 0 1 1	$2\cdot 6 = 12$	20

Magic numbers

(A n és p potenciálja nem u.a. mert más átlagtér hat.)

A mágikus számok: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

A neutron és a proton párt alkotnak, de egymással nem párosulnak, mert az energiaszintjeik különböznek

A Σn_N szám meghatározása az alábbi:

$$\begin{array}{cccc} N & n_x & n_y & n_z \\ & N-k & 0-k & N-n_x-n_y \\ & k: 0-N & & \end{array} \Rightarrow n_N = \sum_{k=0}^{N} (k+1)\cdot \overset{\text{spin}}{2} = 2\left(\frac{N(N+1)}{2}+N+1\right) =$$

$$= (N+1)(N+2)$$

$$\Sigma n_N = \sum_{k=0}^{N}(k+1)(k+2) = \sum_{k=0}^{N}(k^2+3k+2) = \frac{1}{6}\underbrace{(2N^3+3N^2+N)}_{N(N+1)(2N+1)} + 3\frac{N(N+1)}{2} + 2(N+1) =$$

$$= \frac{N+1}{6}\left(2N^2+N+9N+12\right) = \frac{(N+1)(N+2)(N+3)}{3}$$

Ismert formula: $\sum_{k=1}^{N} k^a = \frac{1}{a+1} N^{a+1} + \dots$

$\Rightarrow$

N	0	1	2	3
Σn_N	2	8	20	40

ez már nem jó.

Oldjuk meg egy másik koordináta rendszerben!

$V = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$ és használjunk gömbi koordinátákat

$$\psi = C_{nl} r^l e^{-\frac{r^2}{2b^2}} L_n^{l+\frac{1}{2}}\left(\frac{r^2}{b^2}\right) Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$$

$b := \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ $\qquad L_n^{l+\frac{1}{2}}$: Laguerre-polinom.

$n: 0, 1, 2 \dots$

$l: 0, 1, 2 \dots$

$m: = -l, -l+1 \dots l-1, l$

$$E = \hbar\omega(\underbrace{2n + l}_{N} + \tfrac{3}{2})$$

N	n	l	n_N
0	0	0	$1 \cdot 2 = 2$
1	0	1	$3 \cdot 2 = 6$
2	0	2	$5 \cdot 2 = 10$ } 12
	1	0	$1 \cdot 2 = 2$
3	0	3	$7 \cdot 2 = 14$ } 20
	1	1	$3 \cdot 2 = 6$

Amikor a mag-energiákat visszaadó spin-orbit csatolást kaptak.

M. Goeppert-Mayer

A. Jensen

$\Rightarrow V = V_{h.o.} + V_{s.o.} \cdot \underline{l} \cdot \underline{s}$

de ez kicsi, perturbációs számítás kell.

$E = E_{ho} + \Delta E$ ahol $\Delta E = \langle l, s, j | V_{so} \underline{l}\underline{s} | l, s, j \rangle$

ahol $\underline{j} = \underline{l} + \underline{s} \Rightarrow j = l + \frac{1}{2}$ vagy $l - \frac{1}{2}$

$\Delta E(j = l + \frac{1}{2})$ $\qquad \Delta E(j = l - \frac{1}{2})$ ← ez a két lehetőség van.

$$\hat{j}^2 = \hat{l}^2 + \hat{s}^2 + 2\hat{l}\hat{s} \Rightarrow \underline{\hat{l}}\underline{\hat{s}} = \frac{1}{2}(\hat{j}^2 - \hat{l}^2 - \hat{s}^2)$$

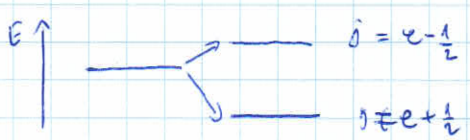
$\hat{j}^2 |l, s, j\rangle = \hbar^2 j(j+1) |l, s, j\rangle$; $\hat{l}^2 |l, s, j\rangle = \hbar^2 l(l+1) |l, s, j\rangle$; $\hat{s}^2 |l, s, j\rangle = \hbar^2 s(s+1) |l, s, j\rangle$

$$\Delta E(j = l + \tfrac{1}{2}) = V_{so} \cdot \tfrac{1}{2}\hbar^2 \left[(l + \tfrac{1}{2})(l + \tfrac{3}{2}) - (l+1)l - \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{3}{2}\right] = V_{so} \tfrac{1}{2}\hbar^2 \cdot l$$

$$\Delta E(j = l - \tfrac{1}{2}) = V_{so} \cdot \tfrac{1}{2}\hbar^2 \left[(l - \tfrac{1}{2})(l + \tfrac{1}{2}) - (l+1)l - \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{3}{2}\right] = -V_{so} \tfrac{1}{2}\hbar^2 (l+1)$$

mérés alapján $V_{so} < 0$

Tehát az energiasémák:



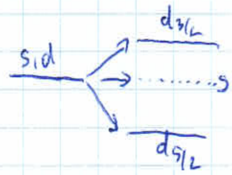
hogy változik a SO miatt a szeletben?

$N = 2n + l$ ahol $l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

s p d f g h i

N	0	1		2			3				4					5	...
n	0	0		0		1	0		1		0		1		2	0	...
l	0	1		2		0	3		1		4		2		0	5	...
j	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{2}$	...
	$1s_{1/2}$	$1p_{3/2}$	$1p_{1/2}$	$1d_{5/2}$	$1d_{3/2}$	$2s_{1/2}$	$1f_{7/2}$	$1f_{5/2}$	$2p_{3/2}$	$2p_{1/2}$	$1g_{9/2}$	$1g_{7/2}$	$2d_{5/2}$	$2d_{3/2}$	$3s_{1/2}$	$1h_{11/2}$	...
n_N	2	4	2	6	4	2	8	6	4	2	10	8	6	4	2	12	
$\sum n_N$	2		8			20	28				50				82		...

126



tehát

$d_{5/2}$ s $d_{3/2}$

ennek a rendje

számít

Parabolikus ábra (47:43-nál): A $N=3$ legalsó annyira eltávolodik, hogy az egy külön héjat alkot, amit be kell húzni egy külön vonalat

Ha elhanyagolnánk az $N=7$-et, megkapnánk a kísérleti mágikus számokat, de ez még nem stabil

DE azt észleljük, hogy a kétszeresen dupla-mágikus mag nagyon stabil lesz, de nagyon ritkák

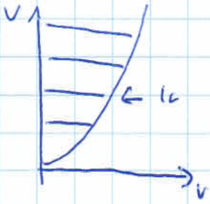
Eddig a legnagyobb: ^{208}Pb

Mi van a ^{56}Fe-vel? $Z=26$ $N=30$

p: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^6 (1d_{3/2})^4 (2s_{1/2})^2 (1f_{7/2})^6$

n: " $(1f_{7/2})^8 (1f_{5/2})^2$

Mekkora a $\hbar\omega$ értéke? (az a multiplettek közepének távolsága)



$$\sum_{k=0}^{N} (k+1)(k+2)\cdot\hbar\omega\left(k+\tfrac{3}{2}\right) = E_{teljes}$$

$$\simeq \sum_{k=0}^{N} k^3\hbar\omega \approx \frac{1}{4}N^4\hbar\omega$$

$$A = \frac{1}{3}(N+1)(N+2)(N+3) \approx \frac{1}{3}N^3 \Rightarrow N \approx \sqrt[3]{3A} \Rightarrow E \approx \frac{1}{4}\cdot 3^{4/3}\cdot A^{4/3}\cdot\hbar\omega$$

másképp:

$$V = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$$

klasszikusan $E = T(t)+V(t)$ ennek az időátlaga: $\langle T\rangle = \langle V\rangle$

ami a viriál-tétel miatt $2\langle T\rangle = n\langle V\rangle$ ha $V \sim r^n$

$$\langle V\rangle = \frac{1}{2}m\omega^2\langle r^2\rangle \Rightarrow E = m\omega^2\langle r^2\rangle A$$

$\Rightarrow$ előzővel együtt: $m\omega^2\langle r^2\rangle A = \frac{1}{4}3^{4/3}\cdot A^{4/3}\cdot\hbar\omega$

$$\Rightarrow \hbar\omega = \frac{3^{4/3}A^{1/3}\overbrace{\hbar^2c^2}^{(197\,\mathrm{MeV\,fm})^2}}{4\underbrace{mc^2}_{938\,\mathrm{MeV}}\underbrace{\langle r^2\rangle}_{r_0^2A^{2/3}}} = 31\,\mathrm{MeV}\cdot A^{-1/3}$$

$A = 100$ esetén $\hbar\omega \simeq 6$ MeV

külön eset:

Unified model (vagy mi)

B. Mottelson és A. Bohr Nobelt kapott

figyelembe veszi mind az atommag vibrációját és a rotációját

MAGFIZ

11. előadás (11.25.) (H.4'.)

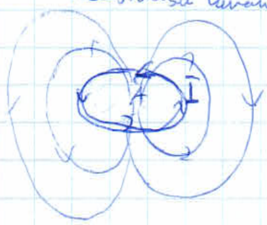
Mágneses momentum

mágneses momentum: egy mágneses dipól, ami mágneses teret generál

mi a dipól? A multipól-sorfejtés 2. tagja, azaz, az $\hat{L}$ operátor sajátértékei szerint s.f.

Állítás: az elemi részecskék mind mágneses teret generálnak, így értelmezhetünk dipól momentumot.

klasszikus tárgyalás:



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{q}{T} = \frac{qv}{2\pi r}$$

$$\mu = I \cdot A = \frac{qv}{2\pi r} \cdot r^2\pi = \frac{qvr}{2} = \frac{q}{2m} \cdot \underbrace{mvr}_{L} =$$

kvantumosan: $\mu = \underbrace{\frac{e\hbar}{2m}}\ \underbrace{\frac{\hat{L}}{\hbar}}_{\text{ez egy dimenziótlan szám}}$

ha $m = m_e$

μ_B: Bohr-magneton

ha $m = m_n$

μ_N: nukleon-magneton.

De a spin is kell, tehát $\mu = g\mu s$

e^--re: $g = 2{,}00\ldots$

p^+-ra: $g = 5{,}58$

A nukleonok momentuma: $\mu_p = g_p \cdot \mu_N \cdot \frac{1}{2}$ $\quad g_p = 5{,}58$

$\mu_n = g_n \mu_N \cdot \frac{1}{2}$ $\quad g_n = -3{,}68$

$\left.\right\}$ $g_p + g_n \approx 2$ itt nem tudjuk.

alapból van töltése egyben, de mivel belső szerkezetük van, akkorát létrehoz mágneses teret.

mágneses momentum mérése:

- külső tér hatására: $\Delta E = \mu B = g\mu_N \cdot i \cdot B$ nukleon mágneses rezonancia (NMR)
- Az első mérést Rabi csinálta. Stern–Gerlach-kísérlet csak Ag atomokkal

ilyen mágnesezett részecskék

egyenetlenség

azért kell atomokat használni, nem ionokat, mert a töltött részecskék a Lorentz-erő miatt eltérülnek

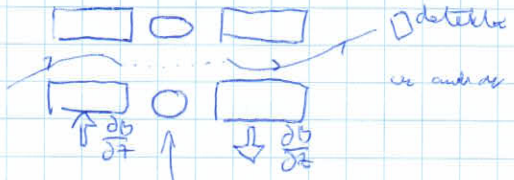
Igen ám, de az atomokban az e^--k zavarják a teret

A legegyszerűbb e^--t tartalmazó atom: a H : (e^-)

mivel $\mu = (\dots)\frac{e\hbar}{2m} \Rightarrow \mu_e \cong 2000\,\mu_p$

Ötlet:

H_2 molekulában a két atommag spinje kiüti egymást.



ez csak az egyik spinállapot, a másik nekimegy a falnak..

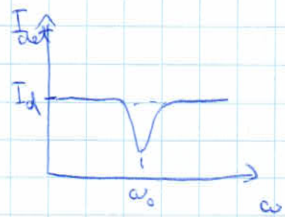
Helmholtz tekercs: $I = I_0 \sin\omega t$ (rádiófrekvenciás)

ez generál „sth. like flipteres"-t

Az erő: $F = \mu\frac{\partial B}{\partial z} \Rightarrow$ A két nyaláb eltérül

DE ha a Helmholtz tekercs nagyfrekvenciás, akkor nem.

$\Rightarrow$ rezonancia kísérlet



Ha a ~~kétállapotú tekercs tere~~ külső tér B_0, a proton energiája:

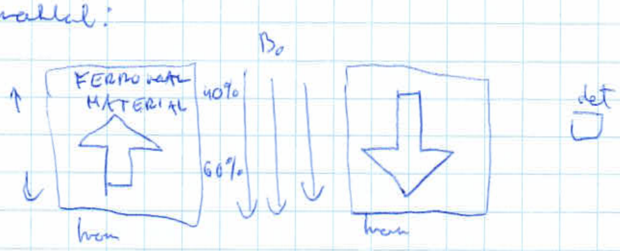
$\Delta E = \mu B_0$

$\Delta E = \mu B_0$

$$E_{tot} = h\nu_0 = 2\mu B_0 = 2 g_p \mu_N \cdot \frac{1}{2} B_0 = g_p \mu_N B_0$$

ν_0-t változtatva B_0 fv.-ben mérhetjük g_p-t.

Neutronokkal:



$G_x(\uparrow) > G_x(\downarrow)$ $\qquad$ $G_x(\downarrow) > G_x(\uparrow)$

A struktúra jó, de nem elég a neutronok alapján jól detektálni

A rostéle nem ugyanúgy álló spinű atomokon is ezeken szóródnak a n^0-k.

Az u.n. a spinük jobban.

Ha át flip-flopperrel, akkor a detektor ezt negyzi. és u.a. van, mint az előbb.

Schmidt-típusú utolsó nukleon modell:

a) leírva a Teljes magspint:

$$\underline{I} = \sum_{i=1}^{Z} \underline{S}_{pi} + \sum_{i=1}^{Z} \underline{L}_{pi} + \sum_{j=1}^{N} \underline{S}_{nj} + \sum_{j=1}^{N} \underline{L}_{nj}$$

$$\underline{M} = \sum_{i=1}^{Z} g_p \mu_N \underline{S}_{pi} + \sum_{j=1}^{N} g_n \mu_N \underline{S}_{nj} + \sum_{i=1}^{Z} \mu_N \underline{L}_{pi} + \sum_{j=1}^{N} \mu_N \underline{L}_{ni} \cdot 0$$

ennek a tagnak a g-je 0, mert a neutron semleges.

Klasszikusan:

ez egy elvárt érték, amit tudunk mérni az NMR-en.

mivel, mert $\underline{I} \nparallel \underline{M}$

$$\underline{\mu} = \frac{\underline{I} \cdot \underline{M}}{I^2} \cdot \underline{I}$$ ← effektív mágneses momentum

Kvantumosan:

I megmarad, tehát $[I, H] = 0$, M-re $[M, H] \neq 0$

$\Rightarrow I\psi = \lambda\psi$

M-nek ψ nem s.é.f., de az egy átlag: $\langle\psi|\hat{M}|\psi\rangle = \mu = \langle\psi|\hat{\mu}|\psi\rangle$

$m = i$

ott van mi a mérési kvantumszám

Ha tehát $\hat{\mu}_z = \frac{\underline{I} \cdot \underline{M}}{I^2} \hat{I}_z \Rightarrow \mu = \frac{\langle \underline{I} \cdot \underline{M} \rangle}{i(i+1)} i$

Pl.: ^7Li $1p_{1/2}$, $1s_{1/2}$ (p, n)

A párok kikompenzálják egymást.

$\Rightarrow$ csak az utolsó nukleon számít [illegible]

$$\underline{I} = \underline{S}_p + \underline{L}_p$$

$\underline{S}_p \to \frac{1}{2}$, $\underline{L}_p \to l = 1$, mert p állapotú.

$$\underline{M} = g_p \mu_N \underline{S}_p + \mu_N \underline{L}_p$$

$$\underline{I} \cdot \underline{M} = (\underline{S}_p + \underline{L}_p)(g_p \mu_N \underline{S}_p + \mu_N \underline{L}_p) = g_p \mu_N S_p^2 + \mu_N L_p^2 + (g_p \mu_N + \mu_N) \underline{S}_p \underline{L}_p =$$

mivel $\underline{S}_p \underline{L}_p = \frac{1}{2}(I^2 - S^2 + L^2)$

$$= g_p \mu_N S_p^2 + \mu_N L_p^2 + (g_p \mu_N + \mu_N) \frac{I^2 - L_p^2 - S_p^2}{2} \Rightarrow \langle I M \rangle = g_p \mu_N \frac{3}{4} + \mu_N \cdot 2 + (g_p \mu_N + \mu_N) \cdot \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} - 2 - \frac{3}{4}}{2}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{i \mu_N}{i(i+1)\hbar^2} \left(\frac{3}{4} g_p + 2 + (1 + g_p)\frac{1}{2}\right)\hbar$$

MAG FIZ

12-előadás (12.02.)

Magreakciók (áttekintés)

1) Notáció:

$$a + A \rightarrow B + b \quad (+Q)$$

$v>0$ $\quad v \approx c$ $\quad$ lassú $\quad$ gyors $\quad$ ← reakció hő, Q-érték.

kérdés: mi a Q-érték;

$$Q = (m_a + m_A - m_B - m_b)c^2$$ Ha jó, de mi az m.

A táblázatok általában az atomtömeget tüntetik fel, de nekünk a magtömeg kell.

jelölés: $A(a,b)B$ $\quad$ gyakoriak: (p,n) $\quad p \rightarrow$  $\rightarrow n$

(n,p)

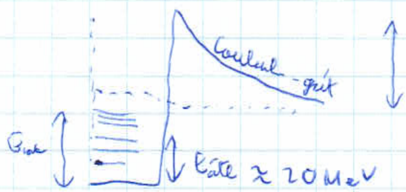
(n,γ) → abszorpció

hasadás: (n,f)

Coulomb-gát: Ahhoz energia ami kell, hogy a p elérje az atommagot

Li esetén 400keV körüli, de ki van írva a részecskegyorsítón.

A mag elérésekor lecsökken a F-gát nagysága, ahol a mélység 20MeV-el rosszabb



Ha a p eléri a magot, befogódik, és gerjeszti a magot, ez elég gerjeszti, hogy a kilökődést

néhány MeV-en.

Nagyobb energián keletkezhetnek kvarkok:

A legkisebb részecske, amely tartalmaz kvarkot: $u\bar{u} = \pi^0$

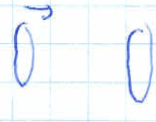
$m_{\pi^0} = 140$ MeV legalább ennyi kell ehhez.

<u>Strong field tube</u> ← Ez a jelenség írja le ezt a kísérletet

A lényeg, hogy nincs magányos kvarkok, így törte strong field: 

ez a legszebb kép.

GeV-os energián:

a proton relativisztikus összehúzódik: 

ott már minden bonyolultság van.

2) Kompenzáció:

megmaradó mennyiségek: $E, p, Q, B, \pi(?), \ell, J$

↳ kis energián at tömegszám megmaradónak tűnik.

3) (karakterisztikus energiák) Energia függés

$E_1 = E_{Cb}$ coulomb barrier $k e^2 \frac{Z_1 Z_2}{R_1+R_2} \approx \frac{1{,}44 \cdot 1{,}79}{1+6}$ MeV ≈ 20 MeV

ez $p + Al$-ról van szó

ha $E < E_{Cb}$: nincs magreakció

$\Rightarrow$ elasztikus szórás

inelasztikus szórás: ha kisebb a gerjesztés energiájánál, akkor így is gerjesztődhet.

$\frac{E_2}{A} = 10$ MeV

E_2 alatt a magreakció is zajlik [illegible] „nukleáris szórás". Ezt kisebb alacsony energiájúak izotóp folyamatnak nevezték lenni

Evaporáció
Abszorpció
transzfer

↗ ezt kellene.

Transzfer:

$d + {}^3H \rightarrow {}^4He + n$ $Q = 17{,}4$ MeV

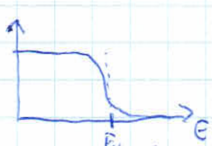
(A kezdeti energia 140 keV, mert ez kis barrier kisebb)

neutron generátor a fúziós folyamatokban.

A p hullámhossza: $\lambda_p = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 E}} \approx 25$ fm 10 MeV-en

mert ha tudjuk így a maggal, mintha egy egyszerű lenne, mert annak is látjuk.

$E_3 = E_F$ Fermi-energia



$E_F \approx 50$ MeV

$\Rightarrow$ fragmentáció

fragmentáció

Az átfedő részen lelassulnak,

$\Rightarrow$ A kis darabjai az átfedő régióban tovább is $v_0/2$-vel mennek tovább

kellő nagy reakcióval elérhető

PLF = projektile like fragmentation

A kezdeti energiával egyenlő lesz a T-je. $T \approx 10$ MeV „hot zone"

A hot zone-ban nagy hőmérséklet miatt nagy hullámhosszú mozgás

⇒ itt folyadék–gáz fázisátmenet megy végbe.

de a cseppmodell alapján kell számolni, ez a F-gáz modellje.

$E_n = 150$ MeV

itt már keletkezhetnek π^0-k

$N \neq$ const ⇒ QM helyett QFT kell.

$E_\eta = 1$ GeV relativisztikus effektusok.

ha $E > E_\eta$ pl $E = 10$ GeV ultrarelativisztikus

$\lambda = \frac{hc}{E} \cong \frac{6 \cdot 200}{1000} \cong 0{,}1$ fm ⇒ kvark ütközések.

⇒ A-n egyes p kvarkjai különválnak a tárolóban:

kvark–gluon–plazma.

MAGFIZ

13. előadás (12.09.)

Ghoshal-kísérlet

6 reakció: $^{60}Ni(\alpha, pn)$, $\underbrace{^{63}Cu(p, pn)}_{\text{compound nucleus}}$

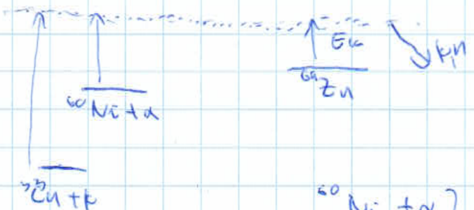
$^{60}Ni + \alpha \to {}^{64}Zn$ $\qquad E_\alpha \to E_{cm} \to \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{E_\alpha}$

$^{63}Cu + p \to {}^{64}Zn$ $\qquad E_p \to E'_{cm} = E_{cm}$

(Ez itt a compound nucleus modell)

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{E_\alpha} = \frac{1}{2}(M+m)v_{cm}^2 + E_{cm}$$

A cél, hogy a compound nucleus energiája u.a. legyen:



$$\left.\begin{matrix} ^{60}Ni + \alpha \\ ^{63}Cu + p \end{matrix}\right\} \to {}^{64}Zn^* \to \begin{matrix} pn \\ n \\ 2n \end{matrix}$$

Mérték 3-féle hatáskeresztmetszetet (alma) és csak a compound nucleus energiájától függött.

Attól van, hogy minden élettartam elég.

$\Rightarrow$ Van pillanat, amikor összeáll a compound nucleus, ami a két esetben u.a.

„The system was thermalised" tehát a compound nucleusban nagy entrópia volt.

A magreakciók kategorizálása:

magreakció → compound magreakciók

magreakció → direkt reakciók $\quad$ pl.: $p + {}^{63}Cu \to {}^{63}Zn + n \quad {}^{63}Cu(p,n){}^{63}Zn$

A határ kb. $\sim 150\,MeV$

alacsony + közepes energián történnek ezek

A compound folyamatok fő jellemzői:

- CM rendszerben izotróp a térbeli eloszlás. (a direkté peaked at forward)

Bodanski-kísérlet:

2 reakció:

$^{14}N(d,\alpha)^{12}C$ — inverz reakció, és a.a. HKM

$^{12}C(\alpha,d)^{14}N$ — idő-~~tükrözési~~-invarianciát.

Hogy számoljuk HKM-et? Ezt tanultuk most nem:

$$N_r = P_1 \, N_{in} \, N_t \qquad P_1 = \frac{A_{eff}}{A_{tot}} = \frac{\sigma}{A}$$

$$\hookrightarrow [P_1] = \{1$$

$$N_r = \frac{\sigma}{A} N_{in} N_t \qquad \text{mivel} \quad \frac{N_{in}}{A} = j\,t$$

$$\dot N_r = \sigma \, j \, N_t$$

QM képben nem kell egy N_t targetet $\Rightarrow N_t = 1$ és ki kell számolni a $j_{in}^{(1)}$-t.

$$\sigma = \frac{\dot N_r}{j N_t} = \frac{\dot N_r^{(1)}}{j^{(1)}}$$

Hogy tudjuk kiszámolni $\dot N_r^{(1)}$-t ha csak 1db reakció van?

ez egy valószínűséget jelöl: $\dot N_r^{(1)} = w$

Mekkora a valószínűsége, hogy átalakul?

Golden rule alapján: $w = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle|^2 \rho(E_f)$

j: valószínűségi áram sűrűség (operátor)

$$j = \frac{-i\hbar}{2m}\left(\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*\right)$$

levezetés: Google → prabeur.pdf

síkhullám: $\psi = \frac{1}{\sqrt V} e^{-\frac{i}{\hbar} p r} = \frac{1}{\sqrt V} e^{-ikr}$ $\qquad \nabla\psi = -ik\psi$

$$\psi^* = \frac{1}{\sqrt V} e^{ikr} \qquad \nabla\psi^* = ik\psi^*$$

$$j = -\frac{i\hbar}{2m}\left(\frac{1}{\sqrt V} e^{ikr}(-ik)\frac{1}{\sqrt V} e^{-ikr} - \frac{1}{\sqrt V} e^{-ikr}(ik)\frac{1}{\sqrt V} e^{ikr}\right) = -\frac{\hbar}{mV} k$$

hasonlóképpen gömbhullámra is.

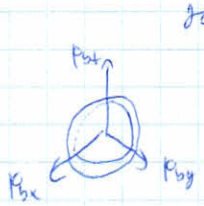
Alkalmazzuk a golden rule-t:

$$\sigma = \frac{mV}{\hbar k}\,\frac{2\pi}{\hbar}\,\underbrace{|\langle \psi_f | H_{int} | \psi_i \rangle|^2}_{}\,\rho(E_f)$$

Ezt nehéz kiszámolni, de a magmodellekből kiszámolható

Hogy számoljuk ki $\rho(E_f)$-t? $\qquad a + A \to B + b$

Ha $Q \gg E_a$ akkor a folyamat nem függ nagyon a kinematikai megkötésektől



$$\frac{p_b^2 \, dp_b}{dE_b} = \rho(E_b) \qquad \text{ahol} \quad E_b = \frac{p_b^2}{2m} \Rightarrow p_b = \sqrt{2mE_b}$$

$$\Rightarrow \rho(E_f) \sim (\dots)\, p_b^2 \frac{1}{p_b} = (\dots)\, \frac{p_b^2}{v_b}$$

Tehát $\sigma = \underbrace{\frac{2\pi m V}{\hbar^2} \frac{1}{k}}_{\text{const}} |M_{fi}|^2 \rho(E_f)$

$k \sim \frac{p}{\hbar} \sim \frac{mv}{\hbar} \sim v_a \quad \Rightarrow \quad \sigma = (\dots) \frac{k_b^2}{v_a v_b}$

$v_b \approx$ const.

$= f(Q)$ mert $Q + \frac{1}{2} m_b v_b^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_a v_a^2$ ha m_a kicsi, akkor v_b Q-val kiszámolható

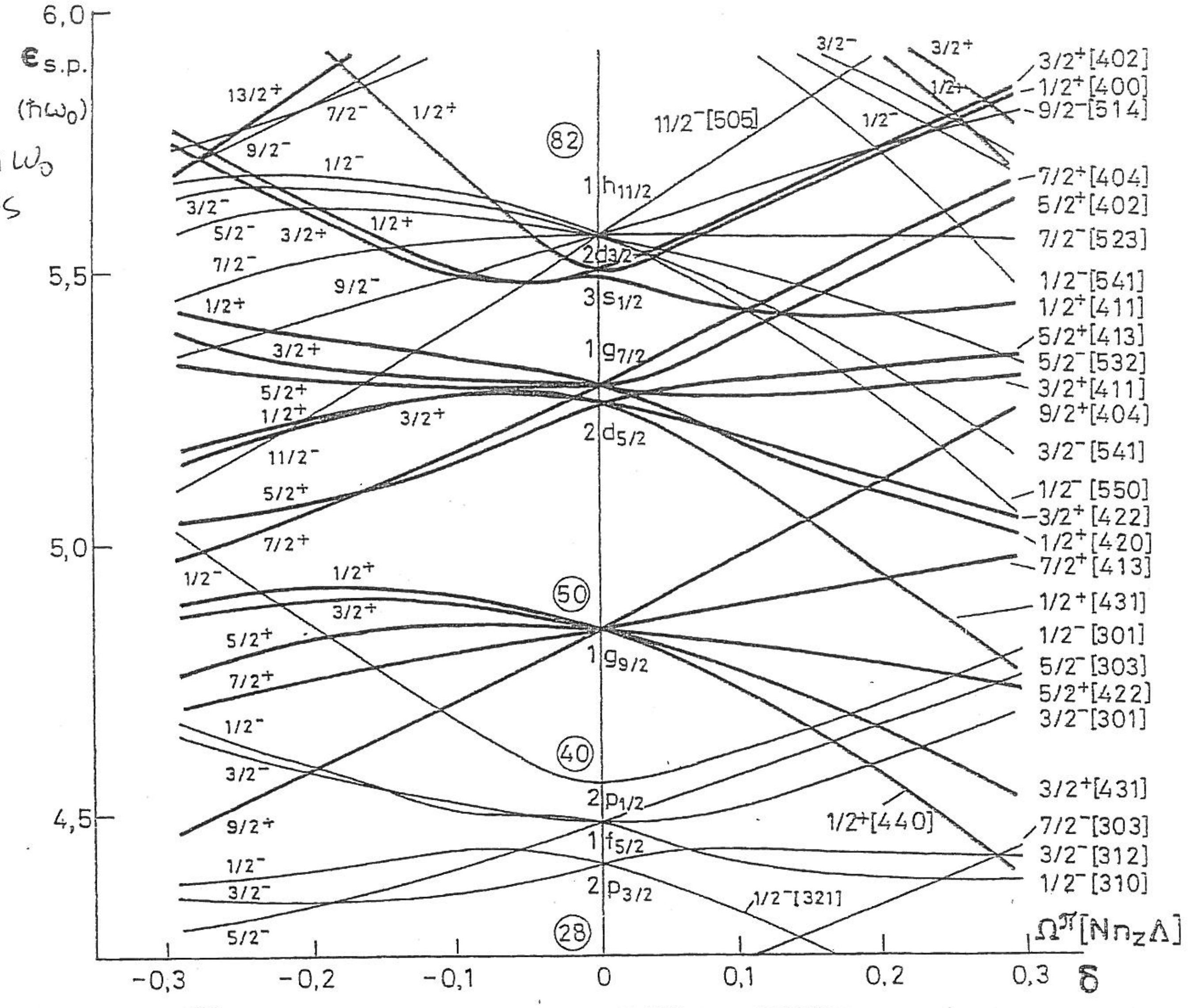
Kapunk egy formulát, amit persze Fermi nem írt fel, de k... -va hasonló módszerrel.

Még két szó a rezonancia reakciók miatt.

A $\rho(E_f)$ egy Lorentz-görbe lesz, amivel nem tudom mihez kéne kezdeni,

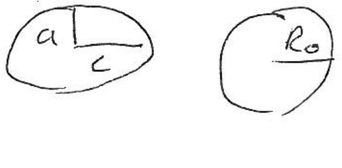
de lejárt az idő, úgyhogy hagyjuk ezt.

in $\hbar\omega_0$ units



$$\hbar\omega_0 = 41\,A^{-1/3}\ \text{MeV}$$

$$\delta = \varepsilon_2 - \frac{1}{6}\varepsilon_2^2 \qquad \varepsilon_2 = (c-a)/R_0$$



Ω, Λ projection of j, ℓ on the symmetry axis

$$N = n_x + n_y + n_z$$