
Mag-mágneses rezonancia vizsgálata

Korszerű vizsgálati módszerek

jegyzőkönyvet készítette:

Asztalos Bogdán

mérés időpontja: 2019. 02. 28.

mérőtársak: Boldizsár Bálint, Molnár Janka

mérésvezető: Veres Gábor

Tartalomjegyzék

1. Mérés leírása	2
2. Mágneses tér tulajdonságai	2
2.1. Áramgenerátor kalibrálása	3
2.2. Hiszterézis az elektromágnesben	4
2.3. A mágneses tér inhomogenitásának vizsgálata	5
3. Proton g-faktorának meghatározása	6
4. Proton és fluor g-faktorának aránya	7

1. Mérés leírása

A mérés során atommagok mágneses momentumát vizsgáljuk, és ebből a hozzájuk tartozó g -faktort próbáljuk kiszámolni a mag-mágneses rezonancia jelenségének segítségével. A vizsgált jelenség elméleti háttere és a mérés részletes ismertetése megtalálható a mérés-leírásban [1], így ebben a jegyzőkönyvben csupán röviden összefoglaljuk a főbb pontokat.

Töltött részecskék mágneses momentuma és impulzusmomentuma arányos egymással: egy $J = \hbar j$ impulzusmomentummal rendelkező részecske mágneses momentuma

$$\mu = g\mu_N j \quad \text{ahol } \mu_N \text{ a magmagneton:} \quad \mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} \approx 5,05 \cdot 10^{-27} \frac{\text{J}}{\text{T}} \quad (1)$$

Célunk ezt a g arányossági tényezőt megmérni protonra és fluorra, Ennek érdekében egy víz mintát és egy kerámia mintát vizsgálunk.

A mérés módja, hogy egy elektromágnesen erős egyenáramot folytatunk át, ezáltal viszonylag homogén B_0 nagyságú mágneses teret létrehozva. Ebben térbe behelyezve a mintát a vizsgált magok mágneses momentuma kölcsönhat a B térrel, így az energiaszintek felhasadnak olyan módon, hogy az új energiaszintek közötti különbség

$$\Delta E = |g| \mu_N B_0 \quad (2)$$

lesz. Az energiaszintek közötti átmenet elérhető, ha a mintát a megfelelő

$$\omega_{\text{rez}} = \frac{\Delta E}{\hbar} = |g| \frac{\mu_N}{\hbar} B_0 \quad (3)$$

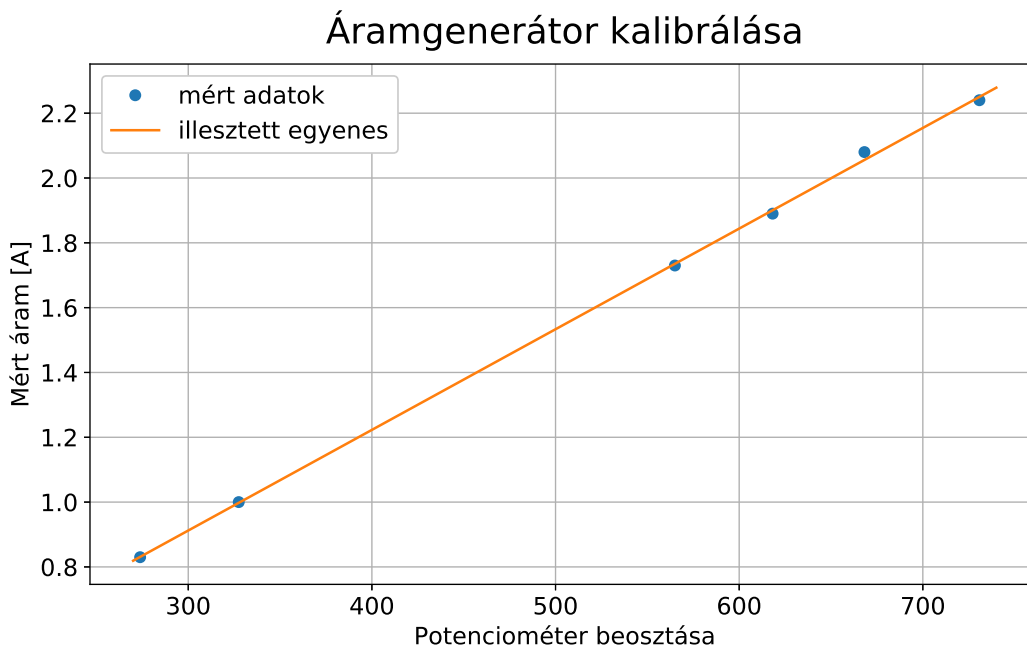
körfrekvenciával gerjesztjük. A gerjesztést szintén mágneses térrel végezzük, a kialakult homogén mágneses tér irányára merőleges irányba való szinuszos modulással. Különböző erősségű áramokkal létrehozott – különböző erősségű – mágneses terek esetén megmérve az átmenethez szükséges rezonanciafrekvenciát, megkaphatjuk az arányossági tényezőt, azaz a vizsgált magra vonatkozó g -faktort.

2. Mágneses tér tulajdonságai

Első mérésünkben a vizet tartalmazó mintát vizsgáltuk. Betéve az elektromágnes által létrehozott viszonylag homogén térbe, az megkerestük milyen frekvenciával kell gerjeszteni. A mért értékeket az 1. táblázat tartalmazza, de mielőtt a kapott eredményeket részletesen megvizsgálánk, részletesebben meg kell nézzük az elektromágneset, és a kialakult tér tulajdonságait.

Potméter értéke	I [A]	B [egység]	f_{rez} [MHz]
273,8	0,83	24	3,563
327,5	1	28	4,1
565,0	1,73	42,5	6,15
618,2	1,89	45	6,669
668,2	2,08	49	7,2605
730,8	2,24	54	7,7765

1. táblázat. A víz-minta vizsgálatokor mért értékek táblázata



1. ábra. A potenciométer állása és a kiadott áramerősség közötti kapcsolat

2.1. Áramgenerátor kalibrálása

Ahhoz, hogy az elektromágnes homogén mágneses teret hozzon létre a belsejében, nagy erősségű, időben állandó egyenáram szükséges. Ezt egy áramgenerátorral biztosítottuk, amin egy potenciométer tekerésével lehetett állítani az áram erősségét. Az áramkörbe bekötöttünk egy elektromos multimétert is, hogy a potenciométer állása mellett az áramerősséget is ismerjük. Első feladatunk, hogy az áramgenerátor potenciométerjét kalibráljuk, azaz megmérjük az összefüggést a potenciométer állása és az adott áramerősség között.

Az 1. táblázat tartalmazza a két mennyiség értékét a potenciométer néhány állásában. Ezeket grafikusán ábrázolva, megállapítható, hogy közöttük lineáris összefüggés áll fenn. Az 1. ábrán ezt az összefüggést ábrázoltuk, és illesztettünk rá egy egyenest. Az illesztett egyenes egyenlete: $I = a_1 \cdot P + a_0$, ahol illesztési paraméterek: $a_1 = 3,11 \text{ mA} \pm 0,03 \text{ mA}$ és $a_0 = -0,02 \text{ A} \pm 0,02 \text{ A}$.



2. ábra. A mért mágneses tér nagysága az elektromágnesen átfolyó áram függvényében

2.2. Hiszterézis az elektromágnesben

Az 1. táblázat tartalmazza az elektromágnes belsejében létrejövő mágneses tér erősségét is. Ezt ballisztikus galvanométerrel mértük meg, amely azon alapszik, hogy egy tekercset gyorsan kihúzza a tér belsejéből, akkor a rajta felhalmozódó töltés mennyiségéből tudunk következtetni a tér nagyságára. Mivel ennek a műszernek a pontossága sokkal kisebb, mint a mérésben használt többi eszközé, jó lenne, ha a tér nagyságára az elektromágnesen átmenő áram erősségéből is következtetni tudnánk.

Az Ampère-féle gerjesztési törvény alapján egy μ permeabilitású, N tercsszámú, l hosszúságú tekercsben I áram hatására létrejövő mágneses tér

$$B = \frac{\mu N}{l} \cdot I \quad (4)$$

tehát az összefüggés lineáris lenne, de a vasmag miatt a hiszterézist is figyelembe kell venni. Ennek érdekében ábráztuk a mért mágneses teret az elektromágnesen átfolyó áram függvényében, ez a 2. ábrán látható. A mért adatokra egyenest illesztettünk, amelynek egyenlete: $B = a_1 \cdot I + a_0$, ahol az illesztési paraméterek: $a_1 = 68 \frac{\text{mT}}{\text{A}} \pm 2 \frac{\text{mT}}{\text{A}}$ és $a_0 = 24 \text{ mT} \pm 3 \text{ mT}$, tehát az áram megszűnése után valóban visszamarad nagyjából 24 mT remanens mágnezettség, továbbá, az ábra alapján az is megállapítható, hogy a vizsgált tartomány még a hiszterézis lineáris tartományában van, a vasmagban nincs telítődés.

2.3. A mágneses tér inhomogenitásának vizsgálata

Ahogy korábban említettük, az elektromágnes nagyjából homogén teret hoz létre a belsőjében, de tökéletesen egyenletes mágneses tér nyilvánvalóan nem létezik. Ez azért számít, mivel mérés közben a mintát cserélgettük, igazgattuk, ezért a mintatartó helyzete változhatott, így az általa érzékelt mágneses tér is. Mivel igyekeztünk az összes mérést ugyanabban a pontban elvégezni, ezért vegyük úgy, hogy a helyzetében 1 mm bizonytalanság volt, tehát az ehhez az elmozduláshoz tartozó mágneses tér bizonytalanságot kell kiszámítanunk.

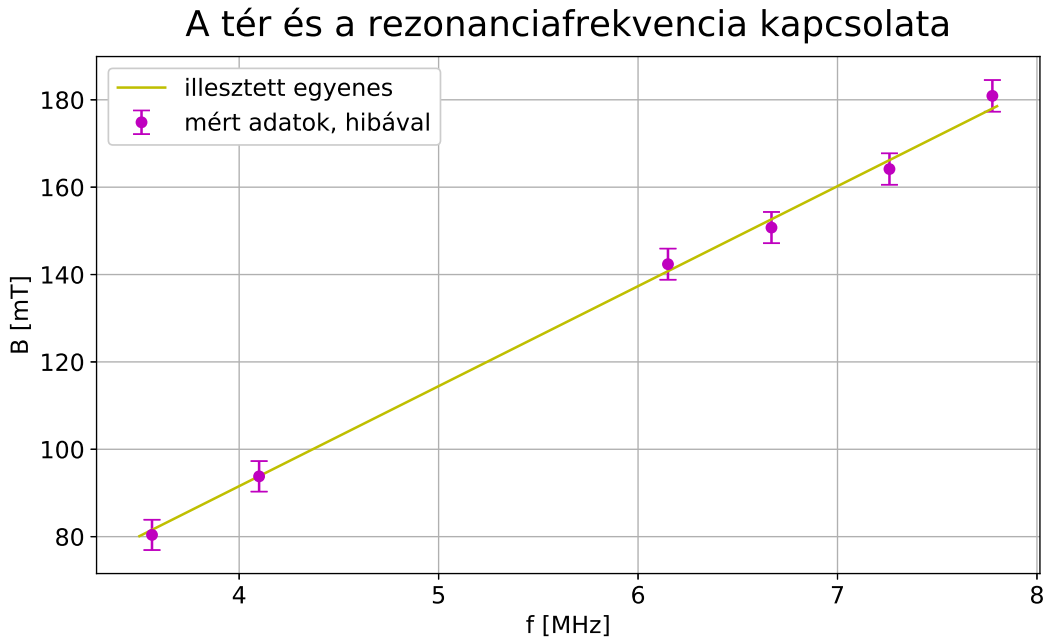
Ezt úgy végeztük el, hogy megnéztük, mi történik, ha a mintát a tér három irányába elmozdítjuk, és összegeztük ezek hatását. Megvizsgáltuk a mágneses térre merőleges irányokba, vízszintesen (x -tengely) és függőlegesen (y -tengely) elmozdítva, majd a térrel párhuzamosan (z -tengely) elmozdítva. Az én feladatom az x -irányú elmozdulás vizsgálata volt, ezért itt ezt írom le részletesen.

Mivel az x -tengely vízszintes, ezért az x -irányú elmozdítás mérését igen egyszerűen el lehetett végezni úgy, hogy a mintatartó mellé elhelyeztem egy vonalzót, amiről mm pontossággal leolvasható volt az elmozdulás mértéke. A nullpontot ahhoz a ponthoz igazítottam, ahová elhelyezve a mintát, az oszcilloszkópon megfigyelt csúcs a lehető legnagyobb volt, és a frekvenciát úgy állítottuk be, hogy ez a csúcs középen legyen, így az esetleges változás könnyen leolvasható legyen.

Összesen négy pontban mértem: 0, 5 cm, 1, 5 cm, 2, 5 cm, 3, 8 cm, elmozdulásokra a kiinduló ponttól, de semmilyen távolság esetén nem változott észrevehetően a csúcs vízszintes helyzete az oszcilloszkópon, azaz a leolvasási hibán belül nem változott a rezonanciafrekvencia. A csúcs helyzetét leolvasni az oszcilloszkópról 0,2 négyzetnyire lehet, tekintsük ezt a leolvasás hibájának, ez 0,06%-os hibát jelent a frekvencia megállapításában¹. Mivel a rezonanciafrekvencia arányos a mágneses térrel, ezért a tér változásáról ugyanezt tudjuk elmondani. Észrevehető változást az oszcilloszkópon csak a csúcs nagysága mutatott, az minden mérési pontban 1 négyzetegységnyiit csökkent, ami a rezgőkör jósági tényezőjében való változásra utal.

A többi irányba elvégezve a méréseket azt kaptuk, hogy az y -tengely mentén (azaz függőlegesen) szintén nem változik észrevehetően a frekvencia, viszont a z -tengely irányába jelentős változás van. Ezeket is figyelembe véve, azt állapíthatjuk meg, hogy 1 mm elmozdulás hatására a mágneses tér relatív változása $\delta B = 0,00099$. A későbbiekben erre a mágneses tér inhomogenitásából származó hibaként fogunk utalni.

¹Ez könnyen megállapítható úgy, ha megnézzük, hogy a frekvencia szándékos megváltoztatásával mennyivel toódik el csúcs. Mi azt kaptuk, hogy 1 négyzetegységnyi eltolódást a frekvenciaérték 0,3%-ával való megváltozás idéz elő.



3. ábra. Az elektromágnesben kialakuló mágneses tér nagysága a proton rezonanciafrekvenciájának a függvényében

3. Proton g -faktorának meghatározása

A proton g -faktorának meghatározásához a vizet tartalmazó mintát vizsgáltuk meg. A vízben hidrogén és oxigén atomok vannak, de mivel az oxigénmag szimmetrikus, ezért a mágneses momentuma 0, így rezonancia csak a hidrogénmagok, azaz a protonok esetén fog fellépni.

A mért mennyiségek értékeit az 1. táblázat tartalmazza, ebből az elektromágnes belső tér nagysága, és a mért rezonanciafrekvencia fog számítani, hiszen a g -faktor pont ezeknek egy arányszáma. Mivel a mágneses tér meghatározásakor sokkal nagyobb a hiba, ezért a számítás során ezt fogjuk a függő változónak kezelni, ezáltal az egyenesillesztésben könnyebben figyelembe vehető.

A kapcsolatot a kialakult mágneses tér és a rezonanciafrekvencia között a 3. ábra ábrázolja. A (3) egyenlet alapján a két mennyiség között lineáris kapcsolat van, így egyenest illesztve a mért adatokra, megkapható az arányossági tényező, amely a keresett g -faktortól csak egy konstanssal tér el. Az illesztett egyenes egyenlete: $B = a \cdot f$, ahol az illesztés paramétere $a = 22,9 \frac{\text{mT}}{\text{MHz}} \pm 0,1 \frac{\text{mT}}{\text{MHz}}$. Ezt behelyettesítve a (3) egyenlet alapján kapott összefüggésbe:

$$|g| = \frac{h}{\mu_N a} = 5,73 \pm 0,03 \quad (5)$$

Mivel eddig csak az egyenesillesztés hibáját számítottuk bele, figyelembe kell még venni a mágneses tér mérésekor fellépő hibát. A galvanométer mutatójának nullpont helyzete nem volt rögzítve, így ennek bizonytalansága miatt a mért értékben van 0,1 mT bizonytalanság.

I [A]	f_p [MHz]	f_F [MHz]
1,49	5,117	5,44
1,9	6,315	6,715
1,915	6,482	6,896
2,08	6,896	7,339

2. táblázat. A proton és a fluormag rezonanciafrekvenciája különböző áramok által létrehozott mágneses térben

Mivel a leolvasást csak 1 beosztás pontosságra tudtuk elvégezni, (amely 3,35 mT-nak felel meg), ennek relatív hibája a kettő hányadosa. Ezek alapján a mérés teljes relatív hibája:

$$\delta g = \sqrt{(\delta a)^2 + (\delta B_{kalibr})^2} = \sqrt{\left(\frac{0,1}{22,9}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{3,35}\right)^2} = 0,0302 \quad (6)$$

Amiből a mérés végeredménye az alábbi:

$$|g_p| = 5,73 \pm 0,17 \quad (7)$$

A proton g -faktorának irodalmi értéke $g_p \approx 5,585$, ami hibahatáron belül van.

4. Proton és fluor g -faktorának aránya

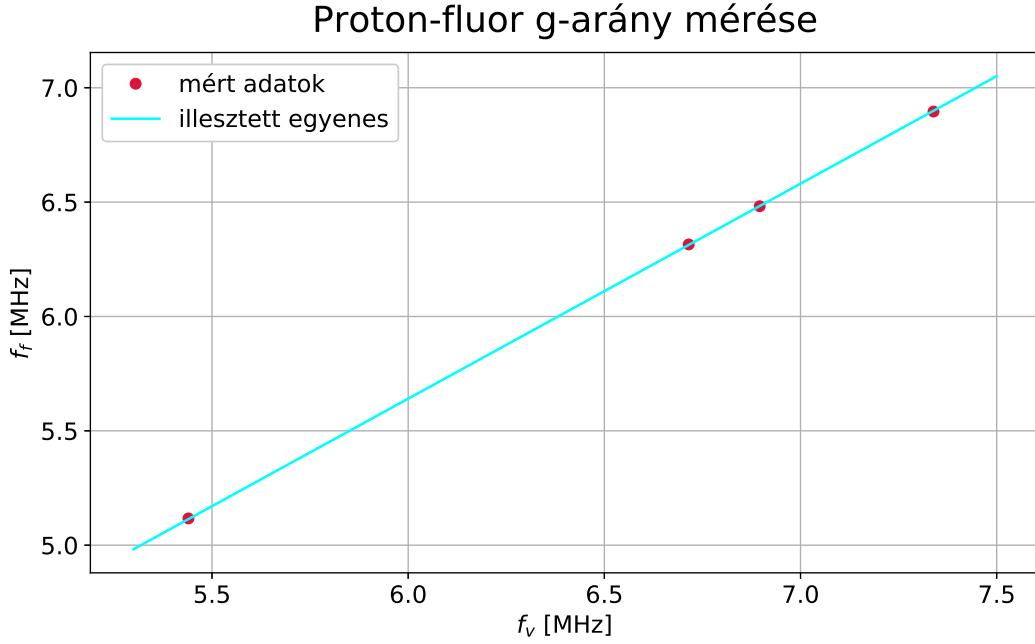
A következő részben a fluormag g -faktorát határozzuk a meg a protonéhoz képest, ehhez a kerámiamintát használjuk. A mérés során adott áramértékek esetén létrejövő mágneses térben mérjük meg a vizet tartalmazó minta és a kerámiaminta rezonanciafrekvenciáját. Mivel a mért frekvenciaértékek ugyanahhoz a mágneses térhez tartoznak, ezért a g -faktor meghatározásakor ennek nagysága kiesik (magnetonnal együtt), és csak a frekvenciák aránya fog számítani:

$$\frac{g_F}{g_p} = \frac{f_F}{f_p} \quad (8)$$

Ennek köszönhetően nem kell számolni a mágneses tér mérésének hibájával, így a két mag g -faktor-arányának mérését sokkal pontosabban el tudjuk végezni, mint az érték megmérését.

A mért értékeket a 2. táblázat tartalmazza. A (8) összefüggés alapján a két rezonanciafrekvencia között lineáris összefüggés van, így a mért értékekre illesztünk egyenest! Ez a 4. ábrán látható. Az illesztett egyenes egyenlete: $f_F = a \cdot f_p$, ahol az illesztési paraméter az egyenes egyenlete megegyezik a két g -faktor arányával:

$$\frac{g_F}{g_p} = a = 0,9401 \pm 0,0002 \quad (9)$$



4. ábra. A fluormag rezonanciafrekvenciájának nagysága, az ugyanolyan nagyságú térben lévő proton rezonanciafrekvenciájának a függvényében

A kapott eredmény hibája azonban még csak az egyenesillesztés hibája, a mérés során más bizonytalanságok is fellépnek. Összességében az alábbi hibaforrásokat kell figyelembe venni:

- Az egyenesillesztés hibája: $\delta a = 0,00023$.
- A mágneses tér inhomogenitásából, és a minta elmozdulásából származó hiba. Ennek nagysága a 2.3. fejezetben látottak alapján $\delta B_{\text{inh}} = 0,00099$.
- A rezonanciafrekvencia leolvasásából származó hiba. Az oszcilloszkópon 0,2 négyzetegység pontosan tudjuk megállapítani a csúcs helyét, ez $\delta f_{\text{leolv}} = 0,0006$ relatív hibát jelent.
- A mérés ideje alatt az oszcilloszkóp képe folyamatos mozgásban volt, és előfordult, hogy a csúcs helye akár fél négyzetegységnyit is elmozdított. Az ebből fakadó bizonytalanság: $\delta f_{\text{mászás}} = 0,0015$.
- Megvizsgáltuk a mérés reprodukálhatóságát is: Kimértük a rezonanciafrekvenciát, majd a jelgenerátort eltekertük, hogy újra megmérjük a frekvenciát. Az eltérés egy esetben sem volt nagyobb, mint 0,001 MHz, így az ebből származó hibát úgy vettük, hogy $\delta f_{\text{repr}} = 0,001$.

Összegezve ezeket a hibákat, a teljes mérés relatív hibája:

$$\delta \left(\frac{g_F}{g_p} \right) = \sqrt{(\delta a)^2 + (\delta B_{\text{inh}})^2 + (\delta f_{\text{leolv}})^2 + (\delta f_{\text{mászás}})^2 + (\delta f_{\text{repr}})^2} = 0,00215 \quad (10)$$

Ez alapján, a két mag g -faktorának aránya:

$$\frac{g_{\text{F}}}{g_{\text{p}}} = 0,9401 \pm 0,0020 \quad (11)$$

Az irodalmi érték 0,9406, ami szintén megegyezik a mi általunk mért értékkel a hibahatáron belül.

Hivatkozások

- [1] Nagy Márton. *Az atommag mágneses momentumának mérése*. 2016. Elérhető [ezen a linken](#)