
A Mössbauer-effektus vizsgálata

Korszerű vizsgálati módszerek

jegyzőkönyvet készítette:

Asztalos Bogdán

mérés időpontja: 2019. 03. 07.

mérőtársak: Boldizsár Bálint, Molnár Janka

mérésvezető: Nagy Márton

Tartalomjegyzék

| | |
|---|-----------|
| 1. A mérés elve, és leírása | 2 |
| 2. Mért adatok | 3 |
| 3. Kalibrálás | 6 |
| 4. Izomér eltolódás | 7 |
| 5. Élettartam és effektív vastagság | 7 |
| 6. Térgradiens értéke | 9 |
| 6.1. Térgradiens mérése a kvadrupól felhasadással | 9 |
| 6.2. Térgradiens kiszámolása Bohr-modellel | 9 |
| 7. Zeemann-felhasadás | 9 |
| 7.1. Zeemann-felhasadás vizsgálata a mérési adatokkal | 9 |
| 7.2. Mágneses tér kiszámítása a Bohr-modellel | 11 |
| 8. A forrás legnagyobb kitérése | 11 |
| 9. Gravitációs vöröseltolódás mérése | 12 |

1. A mérés elve, és leírása

Mérésünk során a Mössbauer-effektust vizsgáljuk, azaz a visszalökődés nélküli magrezonancia-fluoreszcenciát. A vizsgált mérési módszer általánosan elterjedt az anyagkutatás területén, ugyanis nagyon pontos energiamérést tesz lehetővé.

A jelenség alapjának a lényege, hogy atomok és atommagok különböző állapotainak energiaszintjei különböznek, így a le- és felgerjesztődésnél ezt az energiát fel kell venniük, vagy le kell adniuk egy kisugárzott, vagy elnyelt részecske formájában. Mivel azonban a kisugárzott, vagy elnyelt részecskének impulzusa is van, ezért a lendületmegmaradás miatt, a gerjesztődő atommag visszalökődik, ezáltal mozgási energiára tesz szert, amit szintén a vele kölcsönható részecske (esetünkben foton) fog biztosítani. Így, ha az energiaszintek különbsége ΔE , a visszalökődött atommag mozgási energiája pedig R , akkor a foton energiája

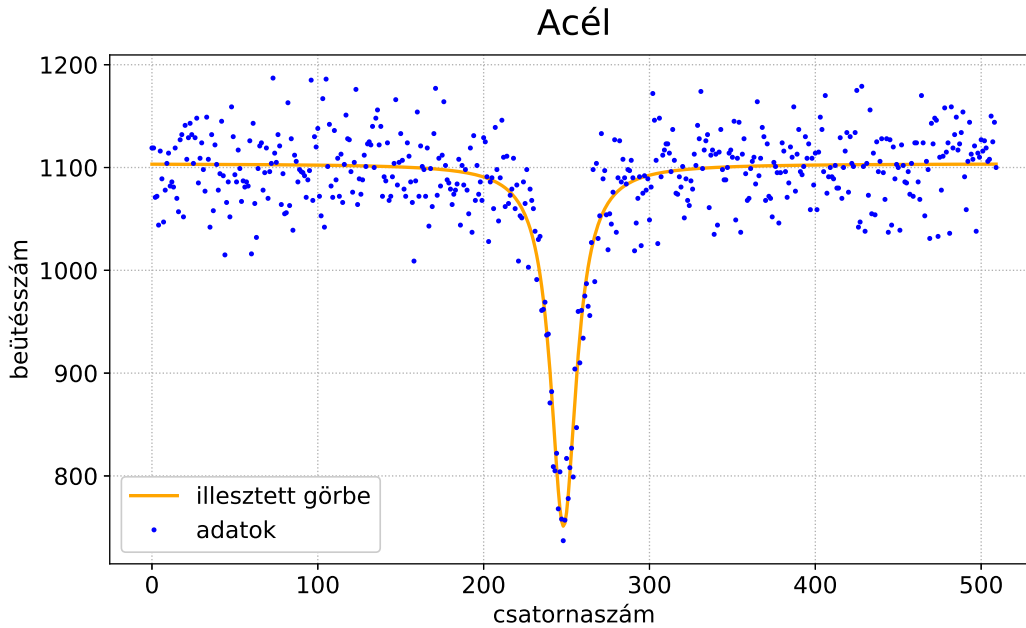
$$E_{\text{foton}} = \Delta E \pm R \quad (1)$$

lesz (foton kibocsátás esetén $-$, elnyelés esetén $+$). Ez azt jelenti, hogy a kibocsátódó, és elnyelődő fotonok energiája nem egyezik, vagyis adott legerjesztődésben létrejövő foton nem fogja tudni létrehozni ugyanazt a gerjesztést.

Ha a visszalökődési energia sokkal kisebb, mint a gerjesztési energiakülönbség, akkor – mivel az energiaszint kiszélesedés miatt nem kell pontosan ΔE energia a gerjesztéshez – mégis létrejöhet a gerjesztés, ahogy az atomok esetében ez meg is figyelhető. Mivel azonban az atommagok esetében az $R \ll \Delta E$ feltétel nem teljesül, ezért nem szabadna ennek megtörténnie, de ahogy R. L. Mössbauer 1958-as kísérletében megmutatta, mégis létrejöhet a rezonancia, és ezt hívják Mössbauer-effektusnak.

A mérési feladatokban elsősorban a Mössbauer-effektus megfigyelésére, és néhány alkalmazási módszerének vizsgálatára koncentrálunk. A mérési elrendezésben a forrás egy ^{57}Co minta, ami γ -sugárzást kibocsátva ^{57}Fe maggá bomlik, és a sugárzást másik vastartalmú mintára irányítva, mérhetjük, hogy mennyire nyelődik el benne. A forrást a sugárzás irányában mozgatjuk úgy, hogy a sebessége egy fűrészfogjel szerint változzon, ezáltal a különböző időpontokban kibocsátott γ -fotonok Doppler-eltolódást szenvednek, és az energiájuk megváltozik az álló minta szempontjából. Ezáltal, ha figyeljük, hogy egy adott fotont mikor detektálunk, akkor abból megállapítható az energiája, és számolva, hogy mekkora energiájú fotonból mennyi érkezik el a detektorig, következtethetünk arra, hogy milyen energiájú fotonok nyelődnek el a mintában. A detektált fotonok időbeli osztályozására egy 1024 csatornás érzékelőt használunk, de mivel egy sebességet minden időperiódusban 2-szer vesz fel a forrás, ezért csak 512 különböző energiának megfelelő csatornát tudunk vizsgálni.

Mérésünkben 3 minta elnyelési spektrumát vizsgáljuk: acél, nátrium-nitroprusszid (in-entől NaP) és lágyvas mintát. Először a spektrumban található csúcsokhoz kalibráljuk a detektor csatornaszámait, majd ezekből a felhasadások és energiaeltolódások energiáira



1. ábra. Az acél minta elnyelése

fogunk következtetni. Megmérjük az izomér eltolódás és a Zeemann-eltolódás nagyságát, illesztéssel meghatározzuk a sugárzást kibocsátó gerjesztett részecskék átlagos élettartamát, majd néhány elméleti számítást elvégezve, a jelenség további tulajdonságaira is fényt derítünk, például kiszámoljuk a vizsgált anyagok esetében a vasmag helyén fellépő térgradienst, vagy a forrás mozgása során az elmozdulás nagyságát.

2. Mért adatok

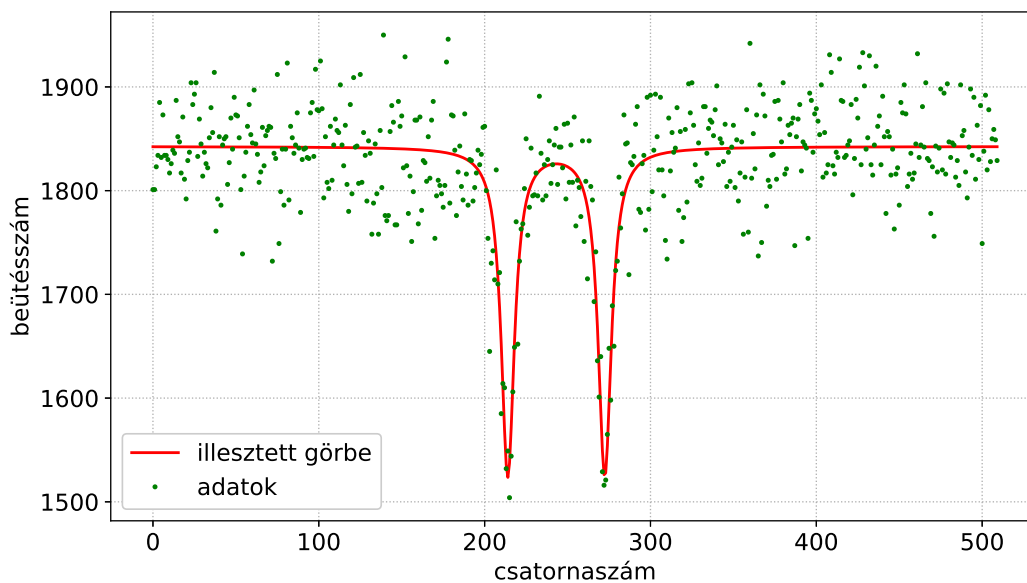
A detektor a beérkező γ -fotonokat idő szerint osztályozza, így az adott mértékű Doppler-effektust szenvedő fotonok száma jelenik meg 512 csatornán. Ha a vizsgált minta sugárzást nyel el, akkor olyan energiájú fotonból kevesebb ér el a detektorig, így a hozzá tartozó csatornán kevesebb beütést fogunk tapasztalni. Az acél, a NaP és a lágymas minták esetében mért spektrum az 1-3. ábrákon láthatók. Jól megfigyelhetők, hogy a legtöbb energián adott szám körül ingadozik a detektált fotonok száma, de néhány csúcs „hiányzik” a spektrumból.

Mivel elméleti megfontolások szerint az elnyelt fotonok száma az energia függvényében Lorentz-eloszlást mutat, ezért a mért pontokra ilyen alakú függvényeket illesztettünk. Az A amplitúdójú, x_0 közepű, Γ szélességű Lorentz-eloszlás matematikai alakja:

$$f(x, A, x_0, \Gamma) = \frac{A}{1 + \left(\frac{x-x_0}{\Gamma/2}\right)^2} \quad (2)$$

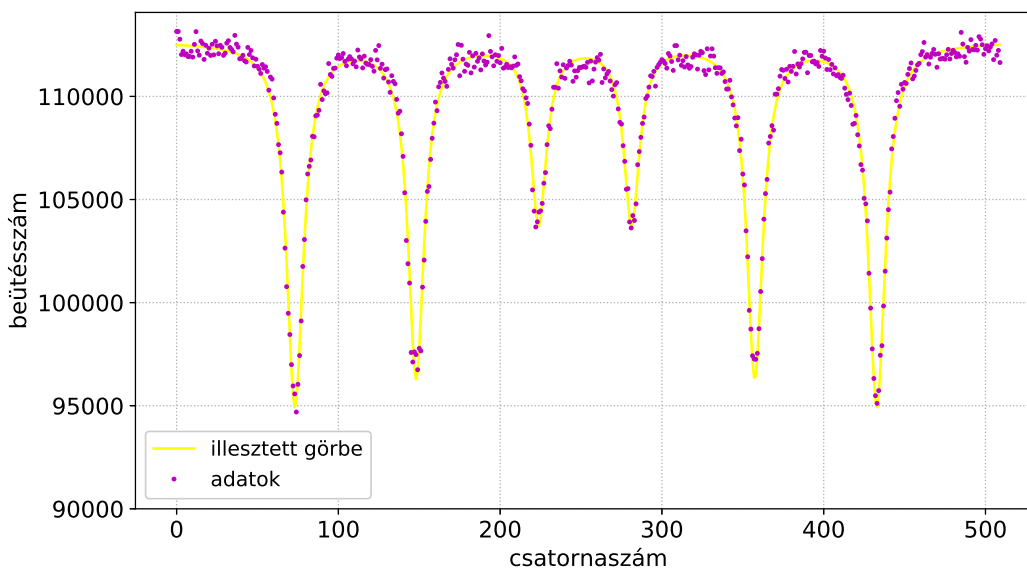
Mivel esetünkben a Lorentz-eloszlás egy alapvonalból „hiányzik”, azért ebből kell levonni.

Nátrium-nitroprusszid



2. ábra. Az acél minta elnyelése

Lágyvas



3. ábra. Az acél minta elnyelése

| Acél minta | |
|------------|--------------------|
| paraméter | illesztett érték |
| B | $1103,73 \pm 1,63$ |
| A | $352,68 \pm 12,04$ |
| x_0 | $248,13 \pm 0,32$ |
| Γ | $18,78 \pm 0,96$ |

1. táblázat. Az acélminta elnyelési spektrumára illesztett görbe illesztési paraméterei

| NaP minta | |
|-----------|--------------------|
| paraméter | illesztett érték |
| B | $1842,56 \pm 2,04$ |
| A | $316,89 \pm 15,01$ |
| x_0 | $243,20 \pm 0,22$ |
| s | $58,47 \pm 0,45$ |
| Γ | $9,62 \pm 0,66$ |

2. táblázat. A NaP minta elnyelési spektrumára illesztett görbe illesztési paraméterei

Így például az acélminta esetében az illesztett görbe:

$$N_{\text{acél}}(x) = B - f(x, A, x_0, \Gamma) \quad (3)$$

A NaP és a lágyvas mintában több csúcs is megjelenik, egy adott pontra szimmetrikusan, így ezeknél a spektrum szimmetriaközéppontja, illetve a csúcsok távolságát is bele kell venni mint paraméterek. Bevezetve a két csúcsnak megfelelő függvényt:

$$g(x, A, x_0, s, \Gamma) = f(x, A, x_0 - s/2, \Gamma) + f(x, A, x_0 + s/2, \Gamma) \quad (4)$$

Ezek alapján tehát az ezekre illesztett függvények:

$$N_{\text{NaP}}(x) = B - g(x, A, x_0, s, \Gamma) \quad (5)$$

és

$$N_{\text{lágyvas}}(x) = B - g(x, A_1, x_1, s_1, \Gamma_1) - g(x, A_2, x_2, s_2, \Gamma_2) - g(x, A_3, x_3, s_3, \Gamma_3) \quad (6)$$

A mért adatokra illesztett görbék illesztési paramétereit az 1-3. táblázatok tartalmazzák.

| Lágyvas minta | |
|---------------|-------------------|
| paraméter | illesztett érték |
| B | 112670 ± 35 |
| A_1 | 17622 ± 147 |
| A_2 | 16182 ± 151 |
| A_3 | 8698 ± 154 |
| x_1 | $252,99 \pm 0,05$ |
| x_2 | $252,74 \pm 0,05$ |
| x_3 | $252,54 \pm 0,10$ |
| s_1 | $359,7 \pm 0,1$ |
| s_2 | $209,3 \pm 0,1$ |
| s_3 | $57,5 \pm 0,2$ |
| Γ_1 | $12,64 \pm 0,17$ |
| Γ_2 | $11,99 \pm 0,18$ |
| Γ_3 | $11,59 \pm 0,31$ |

3. táblázat. A lágyvas minta elnyelési spektrumára illesztett görbe illesztési paraméterei

3. Kalibrálás

A detektor a detektált fotonokat a beérkezés ideje alapján osztályozza a csatornába úgy, hogy az azonos Doppler-eltolódást szenvedő γ -fotonok ugyanabba a csatornába kerüljenek. Az előző fejezetben kapott illesztési paraméterek dimenziója mind csatornaszámban értendő, ám mi az energiákra akarunk következtetni, úgyhogy meg kell határoznunk, az összefüggést a csatornaszám és az energia között.

Használjuk a lágyvas minta mérési adatait! Tudjuk, hogy a két legtávolabbi csúc energiakülönbsége sebességben kifejezve $\Delta v = 10,6162 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$. A 3. táblázat alapján a két csúc távolsága $s_1 = 359,7 \pm 0,1$ csatornaszámban. Ez alapján, a csatornaszám-különbség és a sebességkülönbség átszámolási tényezője:

$$m_{\Delta v - \Delta Cs} = \frac{\Delta v}{s_3} = (29,51 \pm 0,01) \frac{\mu\text{m}}{\text{s} \cdot \text{Cs}} \quad (7)$$

Egy E_0 energiájú foton energiájának megváltozása a Doppler-effektus hatására v sebesség esetén: $\Delta E = E_0 \frac{v}{c}$. A forrásból kibocsátott fotonok energiája ismert: $E_0 = 14,4 \text{ keV}$. Ez alapján a sebességkülönbség átszámítható energiakülönbséggé is, tehát a csatornaszám-különbség és az energiakülönbség közötti szorzófaktor is kiszámolható:

$$m_{\Delta E - \Delta Cs} = E_0 \frac{m_{\Delta v - \Delta Cs}}{c} = 1,42 \cdot 10^{-9} \frac{\text{eV}}{\text{Cs}} \quad (8)$$

Bizonytalanság csak a 4. tizedesjegyben lenne, de mivel E_0 -t is csak 3 tizedesjegyig ismer-

| minta | \bar{x}_0 | $\Delta\bar{x}_0$ | ΔE [10^{-9} eV] |
|--------|----------------|-------------------|----------------------------|
| acél | 248,13 pm 0,32 | 4,63 \pm 0,53 | 6,57 \pm 0,75 |
| NaP | 243,21 pm 0,23 | 9,55 \pm 0,44 | 13,54 \pm 0,62 |
| lágvas | 254,76 pm 0,21 | 0 | 0 |

4. táblázat. A különböző mintákban található vasmag izomér eltolódásának mértékejük, ezért ehhez képest a mérési hiba elhanyagolható.

4. Izomér eltolódás

Izomér eltolódásnak azt a jelenséget nevezzük, hogy a magnak az elektronfelhővel való kölcsönhatása miatt a bomlási energia valami kis értékkel megváltozik. Ebben a fejezetben azt számoljuk ki, hogy a lágvasához képest mennyivel tér el az acél és a NaP mintában található vasmagok energiaszintje. Ehhez először meghatározzuk az energiaszint helyét a spektrumon. Az egy csúcsot tartalmazó acél-spektrum esetében ez a csúcs helye (x_0 paraméter), a másik két mintában pedig a csúcsok helyeinek az átlaga. A kapott értékeket a 4. táblázat foglalja össze. Az energiaeltolódásokat az alábbi képlettel számoltuk:

$$\Delta E = (\bar{x}_0 \text{ lágvas} - \bar{x}_0) \cdot m_{\Delta E - \Delta Cs} \quad (9)$$

Látható, hogy az izomér eltolódás nagysága a különböző anyagokban egymáshoz képest neV nagyságrendű, ami az energiaérték keV-es nagyságrendű nagyságához képest valóban egy igen pontos energiameghatározás.

5. Élettartam és effektív vastagság

Következő feladatunk a forrásban lévő gerjesztett atommagok (^{57}Co) várható élettartamának kiszámítása. Ezt a lágvas minta spektruma alapján tesszük meg, ahol 3 különböző felhasadáshoz tartozó csúcs látszódik. A különböző csúcsok mért vonalszélessége ($\Gamma_i^{(\text{exp})}$) és a felhasadás nélküli, valódi vonalszélesség (Γ) között az alábbi összefüggés írható fel:

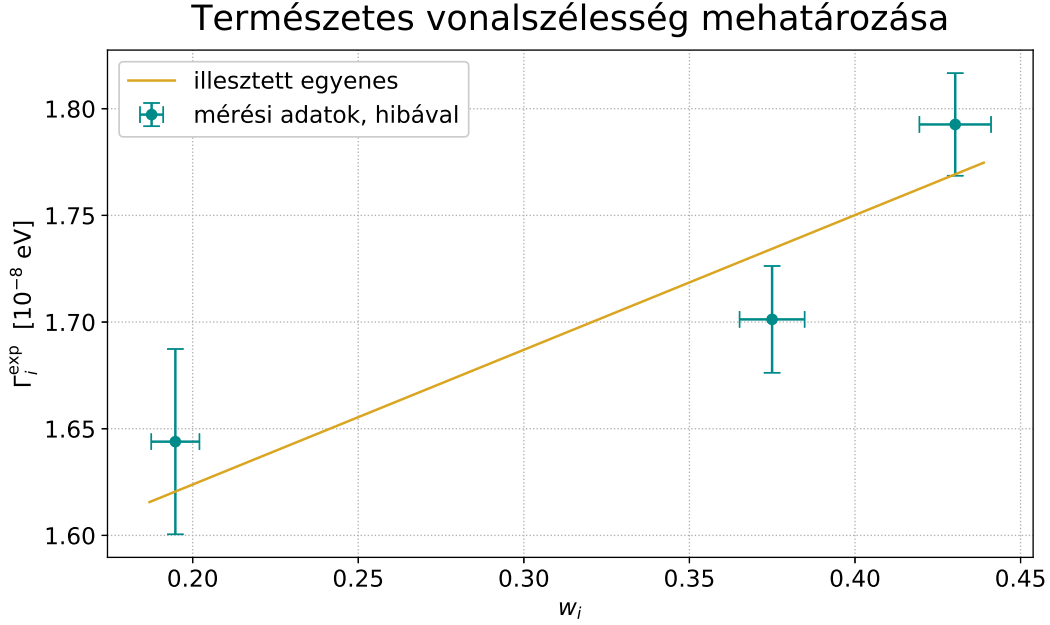
$$\Gamma_i^{(\text{exp})} = 2\Gamma + \frac{w_i T_A + T_F}{4} \Gamma - \frac{(w_i T_A + T_F)^2}{625} \Gamma \quad (10)$$

ahol w_i az i . csúcs relatív intenzitása, T_A a vizsgált minta effektív vastagsága, és T_F a forrás effektív vastagsága, ami ismert: $T_F = 1,62$.

w_i mennyiség az adott csúcs területével arányos, ami pedig a csúcs szélességének és magasságának a szorzatával arányos (azaz $A_i \cdot \Gamma_i^{(\text{exp})}$ -val). A (10) összefüggés alapján w_i és $\Gamma_i^{(\text{exp})}$ között lineáris kapcsolat van, tehát illeszthető rá egyenes, és az illesztési para-

| $\Gamma_i^{(\text{exp})}$ [Cs] | $\Gamma_i^{(\text{exp})}$ [10^{-8} eV] | A_i [Cs] | $A_i \cdot \Gamma_i^{(\text{exp})}$ [Cs^2] | w_i |
|--------------------------------|---|-----------------|---|--------------------|
| $12,64 \pm 0,17$ | $1,793 \pm 0,024$ | 17622 ± 147 | $2,228 \pm 0,035$ | $0,4303 \pm 0,010$ |
| $11,99 \pm 0,18$ | $1,701 \pm 0,025$ | 16182 ± 151 | $1,942 \pm 0,034$ | $0,3750 \pm 0,010$ |
| $11,59 \pm 0,31$ | $1,644 \pm 0,043$ | 8698 ± 154 | $1,008 \pm 0,032$ | $0,1948 \pm 0,007$ |

5. táblázat. Az élettartam kiszámítása szempontjából releváns mennyiségek



4. ábra. A mért vonalszélesség a csúcs relatív intenzitásának a függvényében

métekből megkapható Γ és T_A értéke. Az adatok a 3. táblázatban megtalálhatók, ezek közül az itt relevánsak, és a belőlük származó kiszámított mennyiségek az 5. táblázatban szerepelnek. A 4. ábrán a mért vonalszélességet ábrázoltuk az adott csúcs relatív intenzitásának a függvényében. A mért pontokra egyenest illesztettünk, melynek egyenlete: $\Gamma_i^{(\text{exp})} = a \cdot w_i + b$. Az illesztési paraméterek kapott értékei:

$$\begin{aligned}
 a &= (6,3 \pm 2,1) \cdot 10^{-9} \text{ eV} \\
 b &= (1,50 \pm 0,08) \cdot 10^{-8} \text{ eV}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Ezekből kiszámolhatók a keresett értékek, a valódi vonalszélesség, amiből a gerjesztett mag várható élettartama, és a vizsgált minta effektív vastagsága:

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \frac{4b}{8 + T_F} = (6,23 \pm 0,34) \cdot 10^{-9} \text{ eV} \\
 \tau &= \frac{\hbar}{\Gamma} = (106 \pm 6) \text{ ns} \\
 T_A &= \frac{a}{b} (8 + T_F) = 4,1 \pm 1,4
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

6. Térgradiens értéke

6.1. Térgradiens mérése a kvadrupól felhasadással

Ebben a fejezetben a NaP mintában számoljuk ki az elektromos térgradiens értékét a vasmag helyén. Ezt a kvadrupólfelhasadás segítségével tesszük meg. Az elmélet alapján egy Q kvadrupólmomentumú atommag $\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$ gradiensű elektromos térben a magnívók vonalfelhasadása:

$$\Delta E = \frac{eQ}{4I(2I-1)} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} [3m_I^2 - I(I+1)] \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{3}} \quad (13)$$

Esetünkben $Q = 0,21$ barn, $I = \frac{3}{2}$ és $\eta = 0$. Az átmenet az alábbi két kvantumszám között történik: $m_{I1} = \frac{3}{2}$ és $m_{I2} = \frac{1}{2}$. Ezeket behelyettesítve:

$$\Delta E = \frac{eQ}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad (14)$$

A felhasadás nagysága a 2. táblázatban az s paraméternek felel meg, ennek értéke $s = 58,5 \pm 0,5$ amit energiává átszámolva: $\Delta E = (8,29 \pm 0,06) \cdot 10^{-8}$ eV. Ezt az előző képletbe behelyettesítve, megkaphatjuk a térgradiens értékét:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 2 \frac{\Delta E}{eQ} = (7,90 \pm 0,06) \cdot 10^{21} \frac{\text{V}}{\text{m}^2} \quad (15)$$

6.2. Térgradiens kiszámolása Bohr-modellel

Használva a Bohr-modellt, képzeljük el az atomot úgy, hogy a mag körül egy elektron kering Bohr-sugárnyi távolságban. Ekkor a potenciál második deriváltja kiszámítható a Coulomb-törvény alapján:

$$\frac{\partial^2 V_{\text{Coulomb}}}{\partial z^2} = \partial_r^2 \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} \Big|_{r=r_B} = \frac{e}{2\pi\epsilon_0 r_B^3} = 1,95 \cdot 10^{22} \frac{\text{V}}{\text{m}^2} \quad (16)$$

Ez nagyságrendileg megegyezik a mért értékkel, és mivel tudjuk, hogy a Bohr-modell az atom leírásának csak egy kezdetleges modellje (és általánosságban csak kis rendszámú elemekre érvényes), ezért ezzel meg is elégedhetünk.

7. Zeemann-felhasadás

7.1. Zeemann-felhasadás vizsgálata a mérési adatokkal

A mag gerjesztési energiája külső mágneses tér hatására is felhasad, ezt hívjuk Zeemann-effektusnak. I spinű mag, m_I kvantumszámmal jellemzett állapotában B tér hatására az

| átmenet | k | $s_i^{\text{mért}}$ [Cs] | $s_i^{\text{mért}}$ [10^{-7} eV] |
|-------------------------------|----|--------------------------|-------------------------------------|
| $\pm 3/2 \rightarrow \pm 1/2$ | 3 | $359,7 \pm 0,1$ | $5,100 \pm 0,001$ |
| $\pm 1/2 \rightarrow \pm 1/2$ | 1 | $209,3 \pm 0,1$ | $2,968 \pm 0,002$ |
| $\mp 1/2 \rightarrow \pm 1/2$ | -1 | $57,5 \pm 0,2$ | $0,815 \pm 0,003$ |

6. táblázat. Az energiaátmenetek indexelése, és a hozzájuk tartozó mért felhasadás

energiafelhasadás nagysága:

$$\Delta E = -\frac{m_I}{I}\mu_I B \quad (17)$$

A γ -sugárzás során a ^{57}Fe mag $I = 3/2$ állapota alakul át $I = 1/2$ állapotá. Az m_I kvantumszám tekintetében az alábbi átmenetek lehetségesek:

$$\begin{array}{ccc} m_{3/2} & & m_{1/2} \\ \pm 3/2 & \longrightarrow & \pm 1/2 \\ \pm 1/2 & \longrightarrow & \pm 1/2 \\ \pm 1/2 & \longrightarrow & \mp 1/2 \end{array}$$

Ha az $I = 3/2$ spinű állapot felhasadásának mértéke $\Delta E_{3/2}$, az $I = 1/2$ spinűé pedig $\Delta E_{1/2}$, akkor, a legerjesztődés energiájának változása felhasadás nélküli $E_0 = 14,4$ keV-hez képest:

$$\Delta E = m_{3/2}\Delta E_{3/2} - m_{1/2}\Delta E_{1/2} \quad (18)$$

Bevezetve a különböző átmenetek k -val való indexelését a 6. táblázatnak megfelelően, az energiaváltozás az alábbi képletnek megfelelően kell változnia:

$$\Delta E = \frac{k}{2}\Delta E_{3/2} - \frac{1}{2}\Delta E_{1/2} \quad s = k\Delta_{3/2} - \Delta E_{1/2} \quad (19)$$

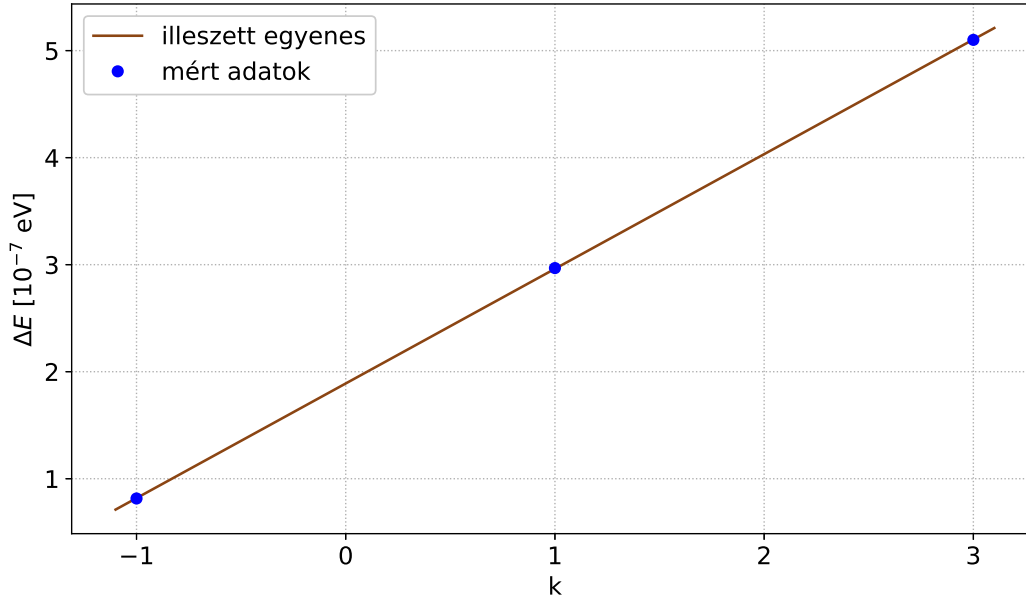
Ez alapján tehát s_i és k között lineáris összefüggés van, amiből illesztéssel megkaphatjuk a felhasadási energiákat. A mért értékeket grafikonon az 5. ábra ábrázolja. Az egyenesillesztés paramétereit:

$$\begin{aligned} \Delta E_{3/2} &= (1,07 \pm 0,01) \cdot 10^{-7} \text{ eV} \\ \Delta E_{1/2} &= (-1,89 \pm 0,01) \cdot 10^{-7} \text{ eV} \end{aligned} \quad (20)$$

Ezekből kiszámolható a mag helyén a mágneses tér nagysága, és a mágneses momentuma:

$$\begin{aligned} B &= -\frac{\Delta E_{1/2}}{2\mu_{1/2}} = (33,1 \pm 0,1) \text{ T} \\ \mu_{3/2} &= -\frac{I\Delta E_{3/2}}{B} = (-0,154 \pm 0,001) \mu_N \end{aligned} \quad (21)$$

Energiaátmenetek vizsgálata



5. ábra. Az átmenetekhez tartozó energiákra illesztett egyenes

7.2. Mágneses tér kiszámítása a Bohr-moddal

Megint csak hasonlítsuk össze a kapott eredményt a Bohr-modell alapján kapott eredménnyel! Tegyük fel, hogy a mag körül r_B Bohr-sugárnyi távolságban kering egy elektron v sebességgel! A Bohr-feltétel miatt $mvr_B = \hbar$, vagyis $v = \hbar/mr_B$. Tehát, ha az elektron keringését áramként fogjuk fel, akkor az áram erőssége:

$$I = \frac{ev}{2\pi r_B} = \frac{e\hbar}{2\pi m r_B^2} \quad (22)$$

A Biot–Savart-törvényt felhasználva, kiszámítható a mag helyén keltett mágneses tér:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot 2\pi r_B}{r_B^2} = \frac{\mu_0}{2} \frac{e\hbar}{2\pi m r_B^2} \frac{1}{r_B} = \frac{\mu_0 e \hbar}{4\pi m r_B^3} = 12,5 \text{ T} \quad (23)$$

Ebben az esetben is azt kaptuk, hogy a Bohr-modell nagyságrendileg ugyanazt adja, amit a méréssel kaptunk.

8. A forrás legnagyobb kitérése

A forrás mozgása közben a sebessége fűrészfogjel szerint változik. Célunk megvizsgálni, hogy mekkora a periodikus mozgás során a kitérésének legnagyobb értéke, és annak megállapítása, hogy ez nem befolyásolja-e a mérést.

A csatornák kalibrálásakor megállapítottuk, hogy a csatornaszám és a sebesség közötti szorzótényező $m_{\Delta v - \Delta C_s} = \frac{\Delta v}{s_3} = (29,51 \pm 0,01) \frac{\mu\text{m}}{\text{s} \cdot \text{Cs}}$. A forrás a sebessége szerint a mozgás

512 csatornára van beosztva, de mivel a forrás mind a két irányba mozog, ezért a maximális sebesség az álló állapothoz képest csak 256 csatornányira tér el. A maximális sebesség ez alapján:

$$v_{\max} = 256 \text{ Cs} \cdot (29,51 \pm 0,01) \frac{\mu\text{m}}{\text{s} \cdot \text{Cs}} = (7,556 \pm 0,002) \frac{\text{mm}}{\text{s}} \quad (24)$$

Mivel a periódus egynegyede alatt a sebesség lineárisan nő 0-ról a maximális értékre, ezért a maximális kitérés:

$$x_{\max} = 0,5v_{\max} \cdot \frac{T}{4} = (38,91 \pm 0,19) \mu\text{m} \quad (25)$$

Ez olyan kicsi kitérés, hogyha a forrástól a minta 1 cm-re lenne, a távolság akkor is csak 0,78%-kal ingadozna, tehát a mérést nem befolyásolja észrevehetően a forrás helyének változása.

9. Gravitációs vöröseltolódás mérése

Az általános relativitáselmélet alapján a gravitáció hat a fotonokra is, így például energiája csökken, a gravitációs mezővel együtt. Tegyük fel, hogy egy E_0 energiájú foton tömege $m = \frac{E_0}{c^2}$, és alkalmazzuk a nem-relativisztikus képleteket! Ekkor H magasságkülönbség hatására a foton energiájának változása:

$$\Delta E = \frac{E_0}{c^2} gH \quad (26)$$

(Az általános relativitáselméletből szintén a $\Delta E = \frac{\Delta\Phi}{c^2} E_0$ eredmény jön ki.) Ez alapján tehát, ha a detektor magasabban van, mint a elnyelő minta, akkor a fotonok vöröseltolódást szenvednek, amit elvileg ki lehet mérni.

A mi esetünkben a magasság nagyjából $H \approx 0,1$ m. Behelyettesítve a fenti képletbe, a vöröseltolódás mértéke: $\Delta E = 1,6 \cdot 10^{-13}$ eV, a csúcs ekkora eltolódását kellene kimutatnunk. Az általunk végzett csúcsillesztések hibái közül a legnagyobb értéke 0,32 csatorna, ami energiában $\Delta E_{\text{bizonytalansag}} = 4,5 \cdot 10^{-10}$ eV felel meg, vagyis több nagyságrenddel nagyobb, mint amekkora a gravitáció okozta eltolódás. Ahhoz, hogy azt is mérni lehessen, érdemes lehet nagyobb magasságkülönbség esetében elvégezni a mérést.